education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V1

FEBRUARIE/MAART 2010

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye, 3 diagramvelle en 'n inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 13 vrae. Beantwoord AL die vrae.

2. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan. Om slegs antwoorde te verskaf sal nie noodwendig volle punte versorg nie.

3. 'n Goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) mag gebruik word, tensy anders vermeld.

4. Indien nodig, moet antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders vermeld.

5. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.

6. DRIE diagramvelle vir die beantwoording van VRAAG 5.3, VRAAG 7.2, VRAAG 8.1, VRAAG 13.2 en VRAAG 13.4 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie blaaie in die ruimtes voorsien en plaas die blaaie agterin jou ANTWOORDEBOEK.

7. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.

8. Dit is tot jou eie voordeel om leesbaar te skryf en netjies te werk.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $(x-3)(x+5)=9$ (4)

1.1.2 $2x^2-2\leq 3x$ (4)

1.2 Los gelyktydig op vir x en y:

$$2+y=-2x$$
$$-2x^2+8xy+42=y$$ (7)

1.3 Indien $f(x)=\sqrt{4x}$ en $g(x)=x^2$, bepaal $f(g(9))$. (3)

1.4 Indien $\dfrac{14}{\sqrt{63}-\sqrt{28}}=a\sqrt{b}$, bepaal, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, die waarde(s) van a en b indien a en b heelgetalle is. (4)

[22]

VRAAG 2

Beskou die volgende ry: 399 ; 360 ; 323 ; 288 ; 255 ; 224 ; …

2.1 Bepaal die n^{de} term T_n in terme van n. (6)

2.2 Bepaal watter term (of terme) 'n waarde van 0 het. (3)

2.3 Watter term in die ry sal die laagste waarde hê? (1)

[10]

VRAAG 3

3.1 Bewys dat: $a+ar+ar^2+\ldots$ (tot n terme) $=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$, $r\neq 1$ (4)

3.2 Gegee die meetkundige reeks: $3+1+\dfrac{1}{3}+\ldots$

Bereken die som tot oneindigheid. (3)

[7]

VRAAG 4

Matli se jaarlikse salaris is R120 000 en sy uitgawes is R90 000. Sy salaris vermeerder met R12 000 elke jaar, terwyl sy uitgawes met R15 000 per jaar toeneem. Elke jaar spaar hy die oorskot van sy inkomste.

4.1 Stel sy totale besparings as 'n ry voor. (4)

4.2 Indien Matli aanhou om sy finansies op hierdie manier te bestuur, na hoeveel jaar sal hy niks oorhê om te spaar nie? (3)

4.3 Matli bereken dat as sy uitgawes met x rand elke jaar toeneem (in plaas van R15 000 elke jaar), hy in die 25$^{\text{ste}}$ jaar soveel sal spandeer as wat hy verdien. Bepaal x. (2)

[9]

VRAAG 5

Gegee: $f(x) = \dfrac{2}{x-3} + 1$

5.1 Skryf die vergelykings van die asimptote van f neer. (2)

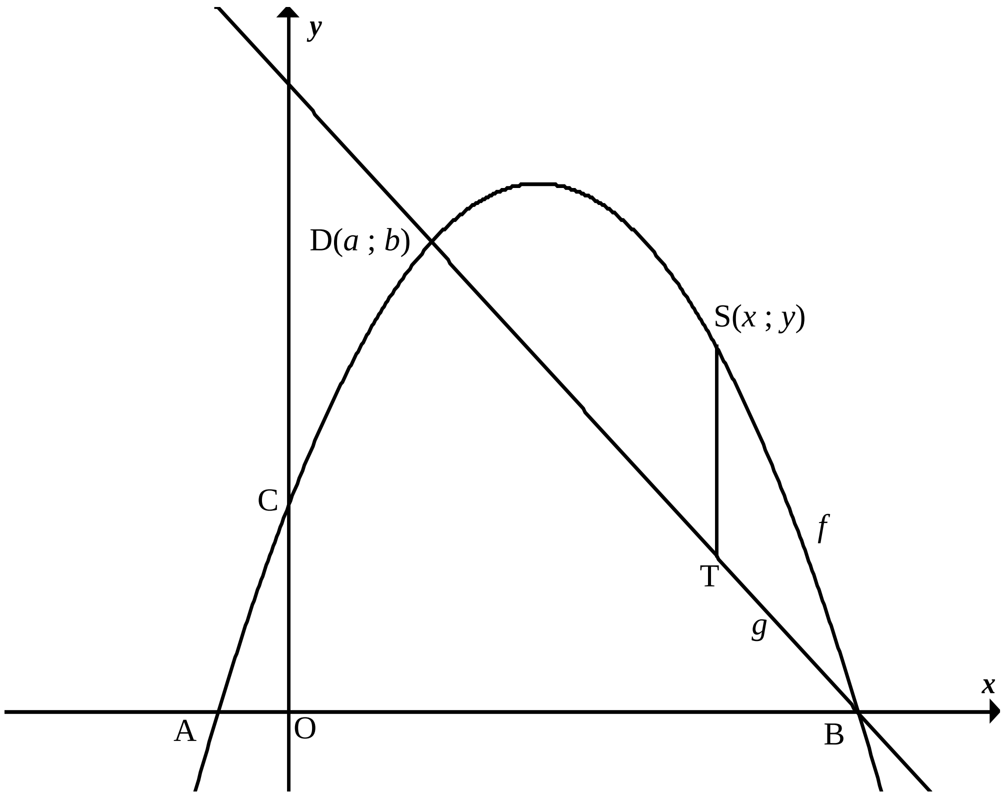
5.2 Bereken die koördinate van die x- en y-afsnitte van f. (3)

5.3 Skets f op die rooster voorsien op DIAGRAMVEL 1. Toon alle afsnitte met die asse en die asimptote. (3)

[8]

VRAAG 6

Die grafieke van $f(x) = -x^2 + 7x + 8$ en $g(x) = -3x + 24$ is hieronder geskets.
f en *g* sny in D en B. A en B is die *x*-afsnitte van *f*.

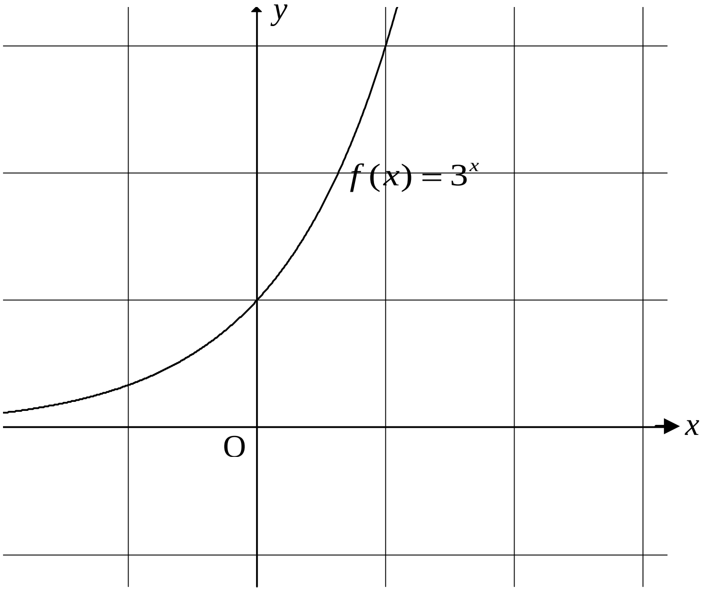


6.1	Bepaal die koördinate van A en B.	(4)
6.2	Bereken a, die *x*-koördinaat van D.	(4)
6.3	S(x ; y) is 'n punt op die grafiek van *f*, waar $a \leq x \leq 8$. ST is ewewydig aan die *y*-as getrek met T op die grafiek van *g*. Bepaal ST in terme van *x*.	(2)
6.4	Bereken die maksimum lengte van ST.	(2)

[12]

VRAAG 7

Die grafiek van $f(x) = 3^x$ is hieronder geskets.



7.1 Skryf f^{-1} in die vorm $y = \ldots$ (1)

7.2 Skets die grafieke van $y = f^{-1}(x)$ en $y = f^{-1}(x-2)$ op die rooster voorsien op DIAGRAMVEL 2. (4)

7.3 Gebruik jou grafieke om vir x op te los as $\log_3(x-2) < 1$. (2)
[7]

VRAAG 8

Gegee: $f(x) = \tan(x - 30°)$

8.1 Skets die grafiek van $y = f(x)$ vir $-90° \leq x \leq 90°$ op die rooster voorsien op DIAGRAMVEL 2. (3)

8.2 Skryf die vergelyking van 'n asimptoot van *f* neer. (1)

8.3 Beskryf in woorde die transformasie van *f* tot *g* indien $g(x) = \tan(30° - x)$. (2)
[6]

VRAAG 9

9.1 Andrew wil geld leen om 'n motorfiets te koop wat R55 000,00 kos en beplan om die volle bedrag oor 'n periode van 4 jaar in maandelikse paaiemente terug te betaal. Hy het TWEE opsies:

Opsie 1: *Die bank bereken wat Andrew sal skuld as hy R55 000,00 vir 4 jaar teen enkelvoudige rente van 12,75% p.j. leen, en betaal dan daardie bedrag terug in gelyke maandelikse paaiemente oor 4 jaar versprei.*

Opsie 2: *Hy leen R55 000,00 by die bank. Hy betaal die bank terug in gelyke paaiemente oor 4 jaar, met die eerste paaiement wat aan die einde van die eerste maand gemaak word. Saamgestelde rente teen 20% p.j. word op die afnemende saldo gevra.*

9.1.1 Indien Andrew Opsie 1 kies, wat sal sy maandelikse paaiement wees? (4)

9.1.2 Watter opsie is die beste opsie vir Andrew? Motiveer jou antwoord met gepaste berekeninge. (4)

9.1.3 Watter rentekoers moet 12,75% p.j. in Opsie 1 vervang sodat daar geen verskil tussen die twee opsies is nie? (3)

9.2 Lindiwe ontvang 'n beurs van R80 000,00 vir haar studies aan 'n universiteit. Sy belê die geld teen 'n koers van 13,75% p.j., jaarliks saamgestel. Sy besluit om R25 000,00 aan die einde van elke jaar vir haar studies te onttrek, beginnende die einde van die eerste jaar.

Bepaal vir hoeveel volle jaar hierdie belegging haar studies sal finansier. (4)

9.3 Gegee: $A = P(1+n\,i)$ waar P en i positiewe konstante is

9.3.1 Dui aan of die grafiek van A, as 'n funksie van n, 'n lineêre, kwadratiese of eksponensiële funksie of geeneen van hierdie is nie. (1)

9.3.2 Teken 'n moontlike grafiek van A, as 'n funksie van n. (2)

9.3.3 Indien n met 1 vermeerder, bepaal die vermeerdering in A. (1)

[19]

VRAAG 10

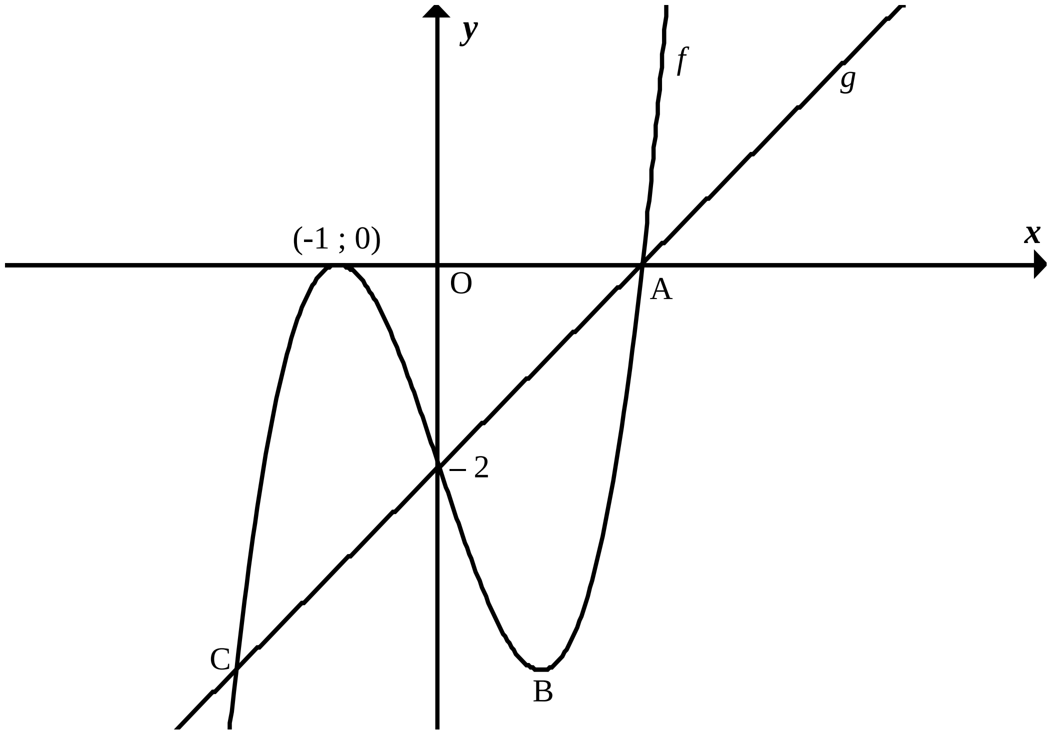
10.1 Differensieer f vanuit eerste beginsels: $f(x) = \dfrac{1}{x}$ (4)

10.2 Gebruik die differensiasiereëls om $\dfrac{dy}{dx}$ te bepaal indien $y = (2-5x)^2$ (3)

[7]

VRAAG 11

Die grafiek hieronder verteenwoordig die funksies f en g met $f(x) = ax^3 - cx - 2$ en $g(x) = x - 2$.
A en (– 1 ; 0) is die x-afsnitte van f. Die grafieke van f en g sny by A en C.



11.1 Bepaal die koördinate van A. (1)

11.2 Toon deur berekeninge dat $a = 1$ en $c = -3$. (4)

11.3 Bepaal die koördinate van B, die draaipunt van f. (3)

11.4 Toon dat die lyn BC ewewydig aan die x-as is. (7)

11.5 Bepaal die x-koördinaat van die infleksiepunt van f. (2)

11.6 Skryf die waardes van k neer waarvoor $f(x) = k$ slegs EEN wortel sal hê. (3)

11.7 Skryf die waardes van x neer waarvoor $f'(x) < 0$. (2)
[22]

VRAAG 12

'n Draad wat 4 meter lank is, word in twee stukke gesny. Een word in die vorm van 'n vierkant gebuig en die ander in die vorm van 'n sirkel.

12.1 Indien die lengte draad wat gebruik word om die sirkel te vorm, x meter is, skryf in terme van x die lengte van die sye van die vierkant in meter. (1)

12.2 Bewys dat die som van die oppervlaktes van die sirkel en die vierkant gegee word deur $f(x)=\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{4\pi}\right)x^2-\frac{x}{2}+1$ vierkante meter. (4)

12.3 Hoe behoort die draad gesny te word sodat die oppervlaktes van die sirkel en die vierkant 'n minimum is? (3)

[8]

VRAAG 13

Twee rekenaarkursusse, een 'n inleidende kursus en die ander 'n gevorderde kursus, word vir graad 10- en graad 11-leerders deur 'n sekere maatskappy aangebied.

- Vir die inleidende kursus benodig elke graad 10-leerder 4 uur lestyd en elke graad 11-leerder benodig 2 uur lestyd. Die maatskappy het 'n maksimum van 32 uur beskikbaar vir hierdie kursus.
- Vir die gevorderde kursus benodig elke graad 10-leerder 2 uur lestyd en elke graad 11-leerder benodig 4 uur lestyd. Die maatskappy het 'n maksimum van 36 uur beskikbaar vir hierdie opleiding.
- Die totale aantal leerders wat gelyktydig opgelei kan word, is 10.

Laat x die getal graad 10-leerders wat opgelei moet word, verteenwoordig.
Laat y die getal graad 11-leerders wat opgelei moet word, verteenwoordig.
x en y is positiewe heelgetalle.

13.1 Skryf die vergelykings van die beperkings neer. (3)

13.2 Teken hierdie beperkings op DIAGRAMVEL 3 en dui die gangbare gebied duidelik met arsering aan. (4)

13.3 Indien die maatskappy 'n wins van R60 per uur maak om 'n graad 10-leerder op te lei en R80 per uur om 'n graad 11-leerder op te lei, skryf 'n uitdrukking neer wat die uurlikse wins (P) van hierdie opleiding verteenwoordig. (1)

13.4 Gebruik 'n soeklyn op jou grafiek, en bepaal die getal graad 10- en graad 11- leerders wat opgelei moet word sodat die maatskappy 'n maksimum wins per uur sal maak. Dui die soeklyn op die grafiek aan. (3)

13.5 Indien die winsfunksie vir die maatskappy P = 80x +60y per uur is, sal daar enige verskil in die optimale oplossing wees? Indien daar is, bepaal die nuwe maksimum wins per uur. (2)

[13]

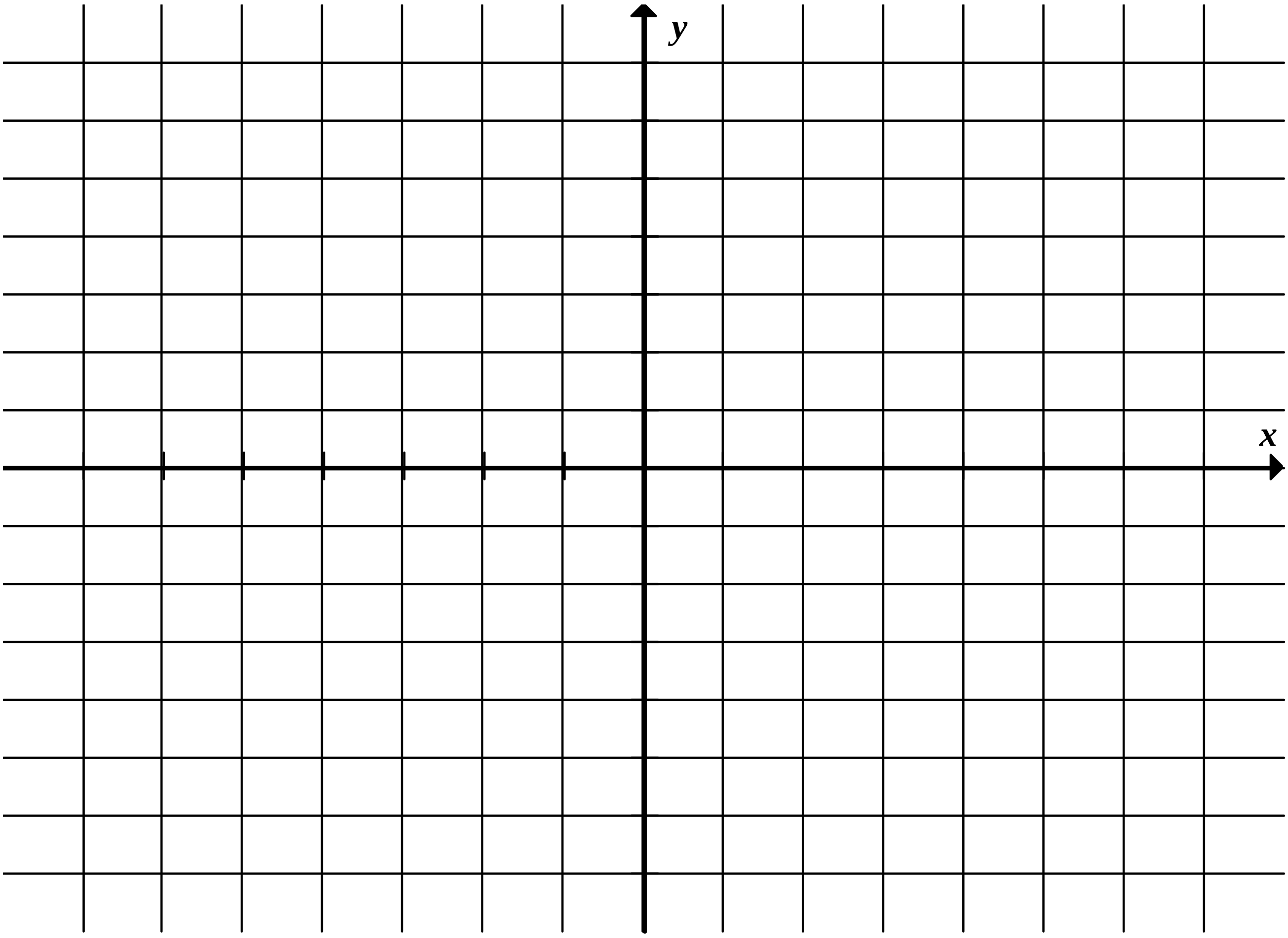
TOTAAL: 150

SENTRUMNOMMER:

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 5.3

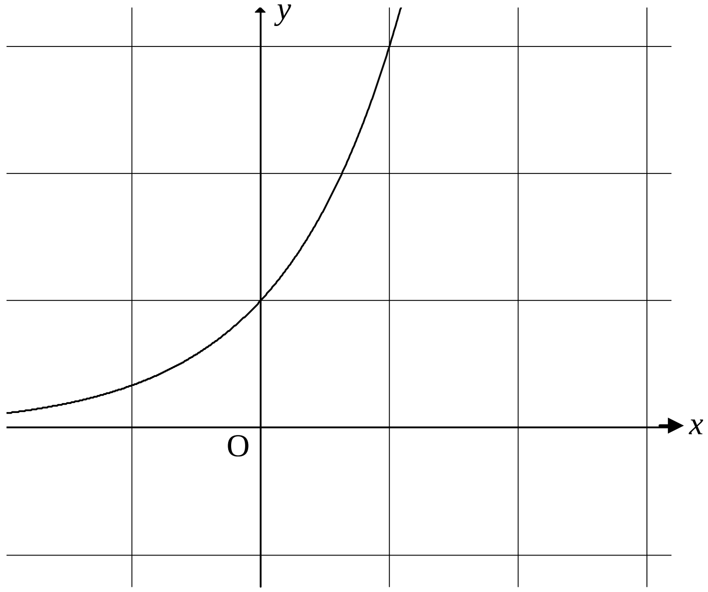


SENTRUMNOMMER:

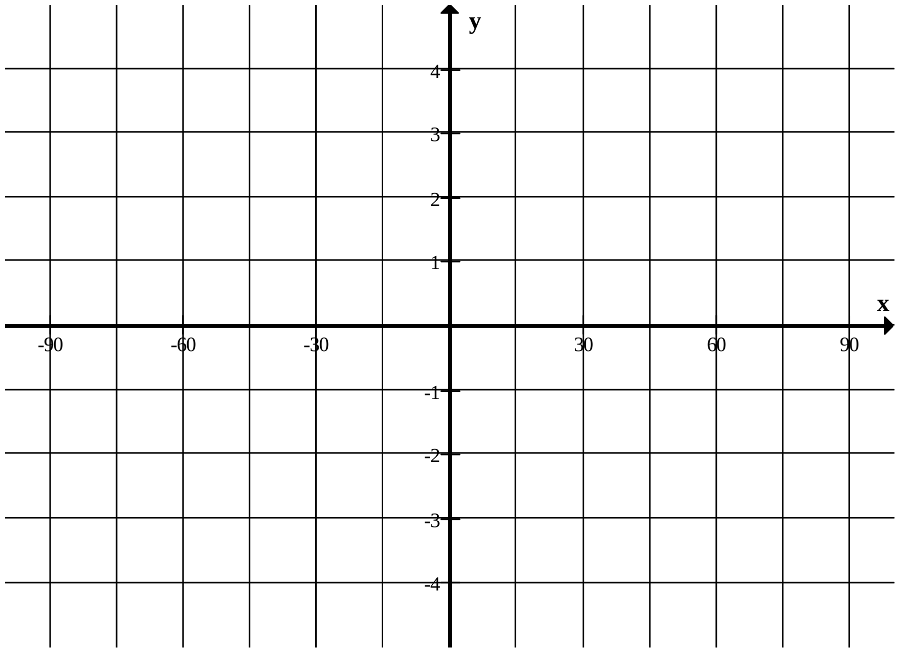
EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 2

VRAAG 7.2



VRAAG 8.1

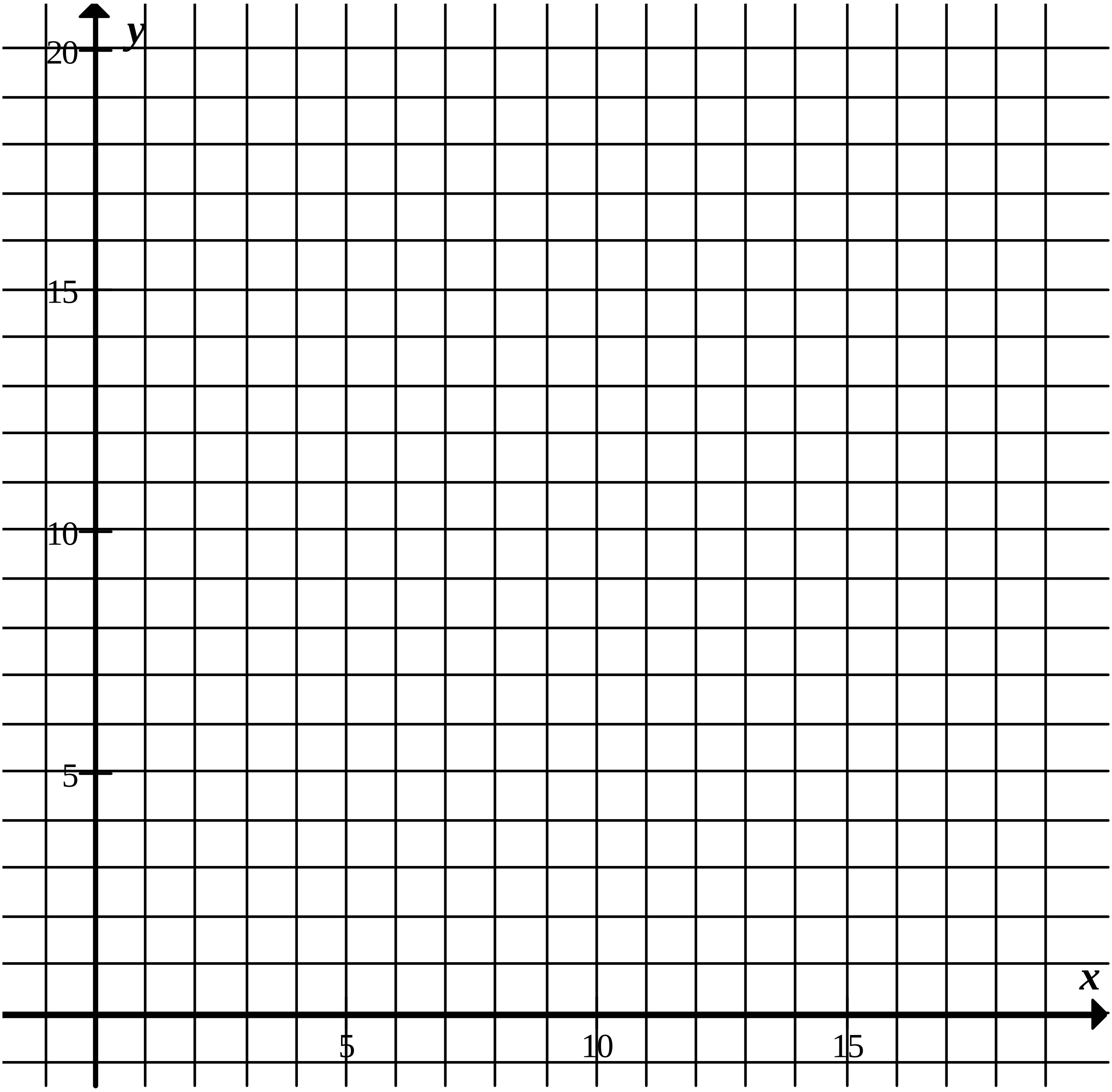


SENTRUMNOMMER:

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 3

VRAAG 13.2 EN 13.4



INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE
INFORMATION SHEET: MATHEMATICS

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1+ni) \qquad A = P(1-ni) \qquad A = P(1-i)^n \qquad A = P(1+i)^n$$

$$\sum_{i=1}^{n} 1 = n \qquad \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} \qquad T_n = a + (n-1)d \qquad S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$

$$T_n = ar^{n-1} \qquad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}\ ; \quad r \neq 1 \qquad S_\infty = \frac{a}{1-r}\ ;\ -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i} \qquad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c \qquad y - y_1 = m(x - x_1) \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad m = \tan\theta$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$In\ \Delta ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

$$area\ \Delta ABC = \frac{1}{2} ab.\sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta \qquad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta \qquad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases} \qquad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$$

$$(x\ ;\ y) \to (x\cos\theta + y\sin\theta\ ;\ y\cos\theta - x\sin\theta) \qquad (x\ ;\ y) \to (x\cos\theta - y\sin\theta\ ;\ y\cos\theta + x\sin\theta)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n} \qquad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \qquad P(A\ or\ B) = P(A) + P(B) - P(A\ and\ B)$$

$$\hat{y} = a + bx \qquad b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$