STUDIE-Pêl

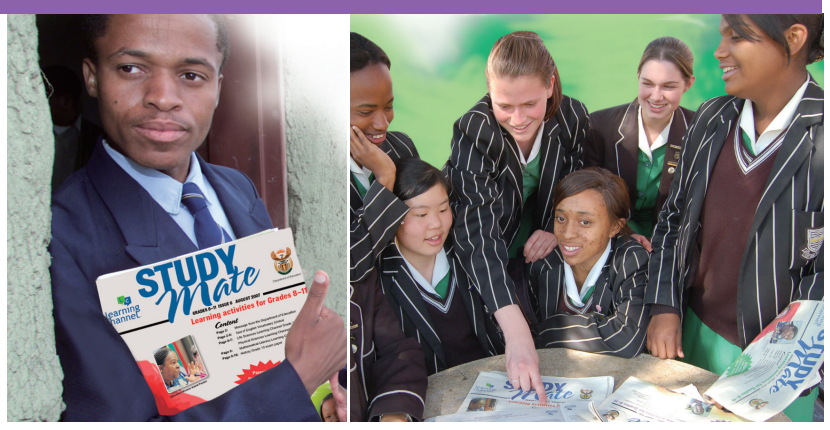
GRAAD 12

Wiskunde · Wiskundige Geletterdheid · English FAL · Afrikaans EAT · Fisika · Lewenswetenskappe · Rekeningkunde · Besigheidstudies · Geskiedenis · Aardrykskunde

13 DAE voor die eind-eksamen!

UITGAWE 21 2008

Learning channel
defining your destiny.



Beste leerders

ALLES VAN DIE BESTE!

Beste Graad 12-leerders van 2008

Julle het nou nog 8 dae oor voor julle matriekeksamen begin. Dit is 'n uiters belangrike paar dae vir julle. Om die waarheid te sê, dit is die begin van 'n nuwe deel van julle lewens. Die resultate wat julle in November se Senior Sertifikaat-eksamen behaal, sal julle loopbaankeuse en julle toekoms bepaal. Mik altyd hoog en onthou dat harde werk en dissipline die beste manier is om jou studie- en inkomstepotensiaal te verhoog.

Ek is seker julle het hard geleer en hoef nog net 'n klein bietjie werk in te sit om gereed te wees om die eksamen te skryf. Onthou, wanneer julle gaan sit om hierdie eksamen te skryf, maak julle geskiedenis as die eerste groep Graad 12-leerders wat die Nasionale Senior Sertifikaat-eksamen sal skryf wat op die Nasionale Kurrikulumverklarings gebaseer is.

Ek hoop julle gaan hard werk, konsentreer en jul beste lewer. Julle is ons bakens van hoop en die toekoms van hierdie land. Wanneer julle universiteit of kollege toe gaan of die wêreld van werk betree, onthou om altyd jul beste vir julself en jul familie te lewer.

Ek dink aan julle terwyl julle in hierdie laaste paar dae vir die eksamen voorberei.

Beste wense

Mrs Naledi Pandor, MP

Mev Naledi Pandor, LP
Minister van Onderwys

Wiskunde - Vraestel 1

SEPTEMBER-EKSAMEN 2008
WISKUNDE VRAESTEL 1
GRAAD 12

Tyd: 3 uur
Punte: 150
Algemene Instruksies:

1. **Hierdie vraestel bestaan uit 8 vrae. Beantwoord ALLE vrae.**
2. **Toon alle berekenings, diagramme, grafieke ens. wat jy gebruik het om jou antwoord te bepaal, duidelik. Elke berekening moet op sy behoorlike plek getoon word.**
3. **'n Goedgekeurde sakrekenaar (nie-programmeerbaar en/of nie-grafies) mag gebruik word, tensy anders vermeld.**
4. **Indien nodig moet antwoorde tot by TWEE desimale syfers afgerond word, tensy anders vermeld.**
5. **Nommer jou antwoorde presies soos wat die vrae genommer is.**
6. **Diagramme is nie noodwendig op skaal geteken nie.**
7. **Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en jou werk netjies aan te bied.**

education
Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

VRAAG 1

1.1 Los op vir x in elk van die volgende:

1.1.1 $x-2+\frac{20}{x+2}=8$

1.1.2 $5x^2-4x=3$

1.1.3 $(x-2)(x-1)\geq 6$

1.2 Los op vir x en y gelyktydig:

$$x^2-3xy+5=0$$
$$3^{x-y}=27$$

1.3 As k een wortel van $x+4k-\frac{20}{x}=0$ is, bepaal moontlike waarde(s) van k.

1.4 As die wortels van $x^2-mx+n=0$ twee opeenvolgende ewe heelgetalle is, bewys dat $m^2-4n-4=0$.

VRAAG 2

2.1 'n Bedrag geld wat teen 9% p.j. maandeliks saamgestel belê word, verdubbel binne 'n sekere tydperk. Vir hoe lank word dit belê?

2.2.1 'n Huis kos R1,8 miljoen. Bereken die maandelikse paaiemente as die koers 14% p.j. maandeliks saamgestel is en die lening binne 20 jaar afbetaal moet word.

2.2.2 Bereken die saldo van hierdie lening ná die 100ste paaiement.

2.3 'n Skool koop 'n dupliseermasjien teen R100 000. Hulle besef dat hulle hierdie masjien oor 5 jaar sal moet vervang. Hulle voorspel dat die inflasiekoers 7% per jaar sal wees en dat die waarde van die huidige toerusting in 'n tempo van 5% p.j. sal verminder.

2.3.1 Hoeveel sal dit kos om oor 5 jaar 'n nuwe masjien te koop?

2.3.2 Bepaal die afskryfwaarde van die masjien.

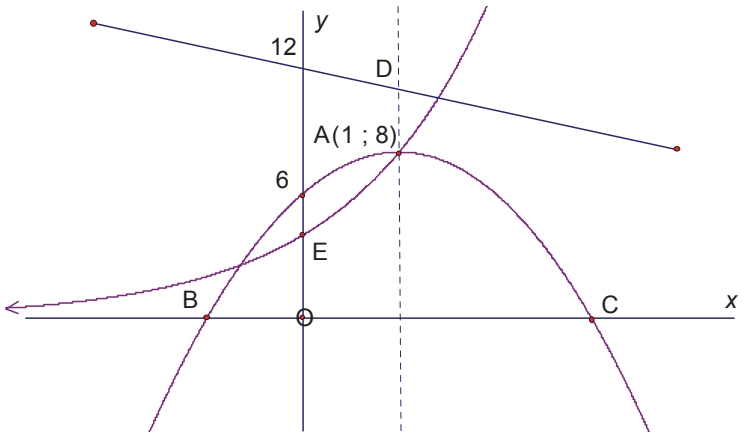
2.3.3 Bereken die bedrag geld wat nodig is om 'n nuwe masjien aan te koop as jy die oue kan inruil.

2.3.4 Hoeveel moet maandeliks betaal word in 'n delgingsfonds wat die koste van die aankoop van 'n nuwe masjien sal dek, as die rentekoers 11,2% maandeliks saamgestel is?

MASKEW MILLER LONGMAN
Tel: 021 5326000 Faks: 021 5314049
customerservices@mml.co.za
NUWE AFRIKAANS Studiegidse SONDER GRENSE
Drie grade in een boek = volledig hersiening
VERSTAAN
OEFEN
SLAAG!

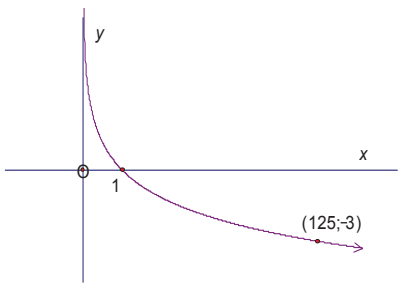
VRAAG 3

3.1 In die skets is drie grafieke geteken: $f(x) = ax^2 + bx + c$; $g(x) = 2^{x+d}$; $h(x) = -x + e$. A(1; 8) is 'n draaipunt.



3.1.1 Bepaal die waardes van *a, b, c, d* en *e*. (6)
3.1.2 Bereken die lengte van BC. (3)
3.1.3 Bereken die lengte van AD. (2)
3.1.4 Bepaal die koördinate van E. (1)
3.1.5 Vind die draaipunt van *k* as *k(x) = f(x + 1)* (2)
3.1.6 Vind die waarde(s) van *p* waarvoor *= f(x) = p* twee gelyke wortels sal hê. (2)
3.1.7 Hoe kan die definisieversameling van *f(x)* beperk word, sodat $f^{-1}(x)$ 'n funksie is? (1)

3.2 Hieronder geteken is die grafiek $f(x) = \log_p x$. Punt (125; -3) lê op die grafiek.



3.2.1 Vind die waarde van *p* (1)
3.2.2 Gee die vergelyking van die weerkaatsingshoek van *f* op die *x*-as. (2)
3.2.3 Gee die vergelyking van die inverse van *f* in die vorm $f^{-1}(x) = ...$ (3)
3.2.4 Vir watter waardes van *x* is $f(x) > 2$? (2)

VRAAG 4

4.1 Gegewe die funksie $y = \frac{3}{x-2} + 1$

4.1.1 Skryf die vergelykings neer van die vertikale en horisontale asimptote van *y*.
4.1.2 Skryf die koördinate neer van die afsnitte op albei asse.
4.1.3 Teken 'n skets van hierdie funksie en toon alle afsnitte en asimptote.

4.2 Gegewe $f(x) = \frac{1}{x} + 1$ en punt P(4; -1). Raaklyne word getrek vanaf P om *f* op twee plekke te raak. Bereken die *x*-waardes van hierdie twee kontakpunte.

VRAAG 5

5.1 Deur opeenvolgende verskille te ondersoek, vind 'n formule vir die algemene term van die ry: -1; 8; 23; 44; …

5.2 Bepaal hoeveel terme daar in die volgende ry is:
2; 7; 12; ……; 112

5.3 Gegewe die ry: 2; *x;* *y;* 9. Die eerste drie terme vorm 'n RR en die laaste drie terme vorm 'n MR. Bepaal moontlike waardes vir *x* en *y*.

5.4 Die eerste drie terme van 'n meetkundige ry is:
(m - 2); (2m - 6) and 4(m - 2)

5.4.1 Vind die waarde(s) van *m*.
5.4.2 Vind die waarde van die 10de term.

5.5 Vir watter waarde(s) van *t* sal die volgende reeks konvergeer?

$$(6t + 15) + 3(2t + 5)^2 + 3(2t + 5)^3 + ...$$

5.6 Bereken die waarde van: $\sum_{k=1}^{\infty} 5(\frac{1}{4})^k$

VRAAG 6

6.1 Vind die gemiddelde gradiënt van $f(x) = 3x^3 - 4x^2$ tussen $x = 1$ en $x = 3$.

6.2 Vind die waarde van $\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{2 - x}$.

6.3 Gebruik eerste beginsels om die afgeleide van $f(x) = \frac{1}{x}$ te vind.

6.4 Vind die volgende afgeleides:

6.4.1 $\frac{d}{dx}\left(2x^3 - 4\sqrt{x} + 3\pi\right)$ 6.4.2 $D_x\left(\frac{3\sqrt{x} - x}{x^2}\right)$

VRAAG 7

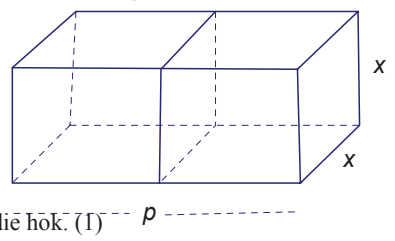
7.1 Teken 'n skets van die funksie $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ en toon:

7.1.1 Koördinate van afsnitte met albei asse korrek tot een desimale plek. (4)

7.1.2 Koördinate van die plaaslike maksimum en minimum draaipunte. (4)

7.1.3 Die buigpunt. (2)

7.2 Die raam van 'n hok is van 180cm draad gemaak. Die draad word gebruik om die vorm van 'n oop reghoekige boks te maak met 'n ekstra band om die middel soos in die figuur aangedui. (Let wel: stippellyne is ook draad).



7.2.1 As die raam vierkantige kante het waarvan die sye *x* cm is en die raam *p* cm lank is, toon aan dat $p = 45 - 3x$ (2)
7.2.2 Toon aan dat die volume $V = x^2(45 - 3x)$. is. (1)
7.2.3 Vind waarde(s) van *x* waarvoor die volume 'n maksimum is. (3)
7.2.4 Vind die maksimum volume van die hok. (1)

[1

VRAAG 8

Wanneer 'n boekbindery hardebandboeke en boeke met leeromslae oortrek, vind hulle dat die volgende lys arbeid en materiale nodig is:

	Hardebandboek	Boek met leeromslag
Ongeskoolde arbeid	5 uur	2 uur
Geskoolde arbeid	2 uur	5 uur
Spesiale band	1 meter	1 meter

Op 'n spesifieke dag is minstens 9m spesiale band nodig en op hierdie selfde dag is net 42 uur se ongeskoolde arbeid en 42 uur se geskoolde arbeid beskikbaar.

8.1 Skryf 'n stelsel van ongelykhede neer wat bogenoemde beperkinge verteenwoordig. (4)
8.2 Verteenwoordig hierdie ongelykhede grafies en dui die uitvoerbaarheidsgebied op jou grafiek aan. (5)
8.3 Die winkeleienaar kan 'n wins van R45 op elke hardebandboek maak en R100 op elke boek met 'n leeromslag. Bepaal die winsvergelyking. (2)
8.4 Bereken die aantal van elke soort boek wat op hierdie dag gebind moet word om maksimum wins te maak en bereken dan die maksimum wins. (3)

[14]

TOTAAL 150 PUNTE

Memoranda

1.1.1 $x - 2 + \frac{20}{x+2} = 8$

$(x-2)(x+2) + 20 = 8(x+2)$ ✓

$x^2 - 4 + 20 = 8x + 16$

$x^2 - 8x = 0$ ✓

$x(x-8) = 0$ ✓

$\therefore x = 0$ of 8 ✓

1.1.2 $5x^2 - 4x - 3 = 0$

$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(5)(-3)}}{10}$ ✓

$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{76}}{10}$ ✓

$\therefore x = 1{,}27$ of $-0{,}47$ ✓

1.1.3 $x^2 - 3x + 2 \geq 6$

$x^2 - 3x - 4 \geq 0$

$(x-4)(x+1) \geq 0$ ✓

$\frac{+1 \quad - \quad 1+}{-1 \qquad 4}$ ✓

$\therefore x \leq -1 \; ; x \geq 4$ ✓✓

1.2 $3^{x-y} = 3^3 \quad \therefore x - y = 3 \ldots ①$ ✓

$x^2 - 3xy + 5 = 0 \ldots ②$

Uit ① $x = y + 3$

Vervang in ② $(y+3)^2 - 3y(y+3) + 5 = 0$ ✓

$y^2 + by + 9 - 3y^2 - 9y + 5 = 0$

$-2y^2 - 3y + 14 = 0$

$2y^2 + 3y - 14 = 0$ ✓

$(2y+7)(y-2) = 0$ ✓

$y = -\frac{7}{2}$ of 2 ✓

$\therefore x = -\frac{1}{2}$ of 5 ✓

1.3 Vervang $x = k : k + 4k - \frac{20}{k} = 0$

$k^2 + 4k^2 - 20 = 0$

$5k^2 = 20$

$k^2 = 4$

$k = \pm 2$

1.4 $x^2 - mx + n = 0$

$x = \frac{m \pm \sqrt{m^2 - 4n}}{2}$ ✓

maar $\frac{m + \sqrt{m^2 - 4n}}{2} - 2 = \frac{m - \sqrt{m^2 - 4n}}{2}$ ✓

$\therefore m + \sqrt{m^2 - 4n} - 4 = m - \sqrt{m^2 - 4n}$

$2\sqrt{m^2 - 4n} = 4$ ✓

$\sqrt{m^2 - 4n} = 2$

$\therefore m^2 - 4n = 4$

$\therefore m^2 - 4n - 4 = 0$ ✓

2.1. $2x = x\left(1 + \frac{0{,}09}{12}\right)^{12n}$ ✓

$2 = 1{,}0075^{12n}$

$12n \log 1{,}0075 = \log 2$ ✓

$12n = \frac{\log 2}{\log 1{,}0075}$

$= 92{,}76$ ✓

$\therefore$ Vir 92,76 maande of 7,7 jaar belê

2.2.1 $1\,800\,000 = \frac{x\left[1 - \left(1 + \frac{0{,}14}{12}\right)^{-240}\right]}{\frac{0{,}14}{12}}$ ✓ ✓

$\therefore x =$ R22 383,37 ✓

2.2.2 $T_0 \xrightarrow{140} T_{100} \quad T_{240}$

$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$

$= \frac{22\,383{,}37\left[1 - \left(1 + \frac{0{,}14}{12}\right)^{-140}\right]}{\frac{0{,}14}{12}}$ ✓ ✓

$=$ R1 540 361,11 ✓

2.3.1 $A = 100\,000(1 + 0{,}07)^5$

$=$ R140 255,17 ✓

2.3.2 $A = 100\,000(1 - 0{,}05)^5$

$=$ R77 378,09 ✓

2.3.3 R62 877,08 ✓

2.3.4 $62\,877{,}08 = \frac{x\left[\left(1 + \frac{0{,}112}{12}\right)^{60} - 1\right]}{\frac{0{,}112}{12}}$ ✓ ✓

$\therefore x =$ R786,53 ✓

3.1.1 Parabool: $y = a(x-1)^2 + 8$ ✓

Vervang $(0; 6)$: $6 = a + 8$

$\therefore a = -2$ ✓

$\therefore y = -2(x-1)^2 + 8$

$\therefore y = -2x^2 + 4x + 6$ ✓

$\therefore a = -2$

$b = 4$

$c = 6$ ✓

Eksponensiaal : $y = 2^{x+d}$

Vervang $(1; 8)$: $8 = 2^{1+d}$

$\therefore d = 2$ ✓

Lyn: $e = 12$ ✓

3.1.2 $-2x^2 + 4x + 6 = 0$ ✓

$x^2 - 2x + 3 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$

$\therefore x = 3$ of -1 ✓

$\therefore$ BC = 4 eenhede ✓

3.1.3 Vervang $x = 1$ in $y = -x + 12$

$y = -1 + 12 = 11$ ✓

$\therefore$ AD = 3 eenhede ✓

3.1.4 Vervang $x = 0$ in $g(x) = 2x + 2 = 4$

$\therefore$ E $(0; 4)$ ✓

3.1.5 $(0; 8)$ ✓ ✓

3.1.6 $p = 8$ ✓ ✓

3.1.7 Definisieversameling: $x \geq 1; x \in \mathbb{R}$ ✓

3.2.1 $f(x) = \log_p x$

Vervang $(125; -3)$: $-3 = \log_p 125$

$\therefore p^{-3} = 125$

$\therefore p = \frac{1}{5}$ ✓

3.2.2 $y = \log_5 x$ ✓ ✓

3.2.3 $y = \log_{\frac{1}{5}} x$

$f^{-1} : x = \log_{\frac{1}{5}} y$ ✓

$\left(\frac{1}{5}\right)^x = y$ ✓

$\therefore f^{-1}(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ of 5^x ✓

3.2.4 Vervang $y = 2 : \log_{\frac{1}{5}} x = 2$

$x = \frac{1}{25}$

$\therefore f(x) > 2 : 0 < x < \frac{1}{25}$ ✓ ✓

4.1.1 $x = 2$ ✓ (vertikaal)

$y = 1$ ✓ (horisontaal)

4.1.2 Y-afsnit : $y = \frac{3}{-2} + 1 = -\frac{1}{2}$ $\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ ✓

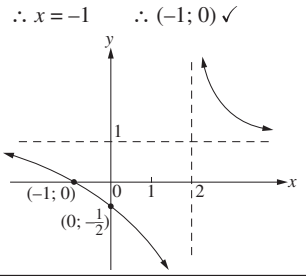
X-afsnit : $0 = \frac{3}{x-2} + 1$

$-1 = \frac{3}{x-2}$

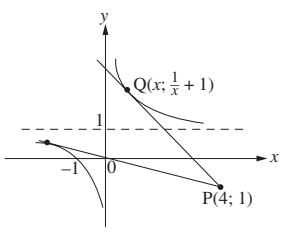
$-x + 2 = 3$

$\therefore x = -1 \qquad \therefore (-1; 0)$ ✓

4.1.3



4.2



$M_{QP} = \frac{\frac{1}{x} + 1 + 1}{x - 4} = \frac{\frac{1}{x} + 2}{x - 4}$ ✓

$M_{QP} = f'(x) = \frac{-1}{x^2}$ ✓

$\therefore \frac{\frac{1}{x} + 2}{x - 4} = \frac{-1}{x^2}$ ✓

$x + 2x^2 = -x + 4$

$2x^2 + 2x - 4 = 0$

$x^2 + x - 2 = 0$

$(x+2)(x-1) = 0 \qquad \therefore x = -2$ of 1 ✓

5.1 $T_0 \quad T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4$

$-4 \quad -1 \quad 8 \quad 23 \quad 44$

$3 \quad 9 \quad 15 \quad 21$

$6 \quad 6 \quad 6$

$T_0 = -4 = c$ ✓

$T_n = ax^2 + bx - 4$

$T_1 = a + b - 4 = -1 \quad \therefore a + b = 3 \ldots ①$ ✓

$T_2 = 4a + 2b - 4 = 8 \quad \therefore 2a + b = 6 \ldots ②$

$\therefore a = b$

en $b = 0$

$\therefore T_n = 3x^2 - 4$ ✓

5.2 $T_n = a + (n-1)d$

$112 = 2 + (n-1)(5)$ ✓

$112 = 2 + 5n - 5$ ✓

$17.5 = 5n$

$\therefore n = 23$ terme ✓

5.3 $x - 2 = y - x$

$\therefore y = 2x - 2 \ldots ①$ ✓

$\frac{y}{x} = \frac{9}{y} \therefore y^2 = 9x \ldots ②$ ✓

$(2x-2)^2 = 9x$

$4x^2 - 8x + 4 = 9x$

$4x^2 - 17x + 4 = 0$

$(4x-1)(x-4) = 0$ ✓

$\therefore x = \frac{1}{4}$ of 4 ✓

$y = -\frac{3}{2}$ of 6 ✓

5.4.1 $\frac{2m-6}{m-2} = \frac{4(m-2)}{2m-6}$ ✓

$4m^2 - 24m + 36 = 4(m^2 - 4m + 4)$ ✓

$4m^2 - 24m + 36 = 4m^2 - 16m + 16$

$20 = 11m$

$\therefore m = \frac{5}{2}$ ✓

$\therefore$ Ry: $\frac{1}{2}; -1; 2$

5.4.2 $T_{10} = ar^9$

$= \frac{1}{2}(-2)^9 = -256$

5.5 $-1 < r < 1$

$-1 < 2t + 5 < 1$

$-6 < 2t < -4$

$-3 < t < -2$

5.6 $\sum_{k=1}^{\infty} 5\left(\frac{1}{4}\right)^k = \frac{5}{4} + \frac{5}{16} + \frac{5}{64} \ldots$

$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{5}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{5}{3}$ ✓

6.1 $f(x) = 3x^3 - 4x^2$

$f(1) = 3 - 4 = -1 \quad \therefore (1; -1)$ ✓

$f(3) = 81 - 36 = 45 \quad \therefore (3; 45)$ ✓

$m_{\text{gemiddeld}} = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{45 + 1}{3 - 1} = 23$ ✓

6.2 $\lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{-(x-2)}$

$= -(2^2 + 2(2) + 4)$ ✓

$= -12$ ✓

6.3 $f'(x) = \lim_{h \to 0} \left(\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}\right) \times \frac{1}{h}$ ✓

$= \lim_{h \to 0} \left(\frac{x - x - h}{x(x+h)}\right) \times \frac{1}{h}$ ✓

$= \lim_{h \to 0} \frac{-h}{x(x+h)} \times \frac{1}{h}$ ✓

$= \lim_{h \to 0} \frac{-1}{x(x+h)} = -\frac{1}{x^2}$ ✓

6.4.1 $\frac{d}{dx}(2x^3 - 4x^{\frac{1}{2}} + 3\pi)$

$= 6x^2 - 2x^{-\frac{1}{2}}$ ✓ ✓

6.4.2 $D_x\left(3x^{-1\frac{1}{2}} - x^{-1}\right)$ ✓ ✓

$= -\frac{9}{2}x^{-\frac{5}{2}} + x^{-2}$ ✓ ✓

7.1.1 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

$f(1) = 0 \; \therefore x - 1$ is 'n faktor ✓

X-afsnit: $x^3 - 3x^2 + 2 = 0$

$(x-1)(x^2 - 2x - 2) = 0$

$x = 1$; $x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(-2)}}{2} = 2{,}7$ of $-0{,}7$ ✓ ✓

Y-afsnit: $(0; 2)$

7.1.2 $f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$ ✓

$3x(x-2) = 0$

$x = 0$ of 2

$\therefore (0; 2)$ of $(2; -2)$ ✓✓

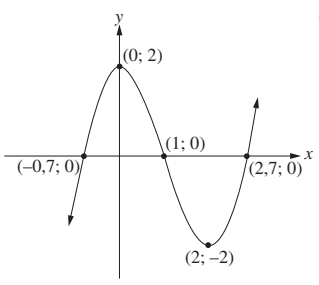
7.1.3 $f''(x) = 6x - 6 = 0$

$x - 1 = 0$

$x = 1$

$\therefore (1; 0)$

7.1 ✓ ✓ ✓



7.2.1 $4p + 12x = 180$ ✓

$p + 3x = 45$

$\therefore p = 45 - 3x$ ✓

7.2.2 $V = p \cdot x^2$

$= x^2(45 - 3x)$ ✓

$= 45x^2 - 3x^3$

7.2.3 $V' = 0$ vir maksimum ✓

$90x - 9x^2 = 0$ ✓

$9x(10 - x) = 0$ ✓

$\therefore x = 10 \qquad x \neq 0$ ✓

7.2.4 $V = 45(10)^2 - 3(10)^3$

$= 1\,500 \text{ cm}^3$ ✓

8.1 Laat x = aantal hardebandboeke

y = aantal boeke met leeromslae

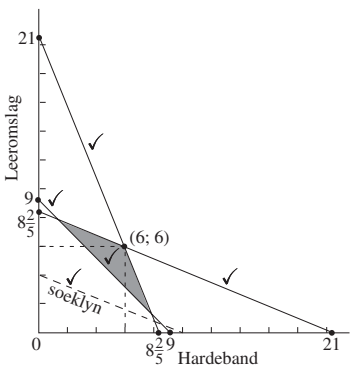
$x + y \geq 9$ ✓

$5x + 2y \leq 42$ ✓

$2x + 5y \leq 42$ ✓

$x; y \geq 0$ ✓

8.2

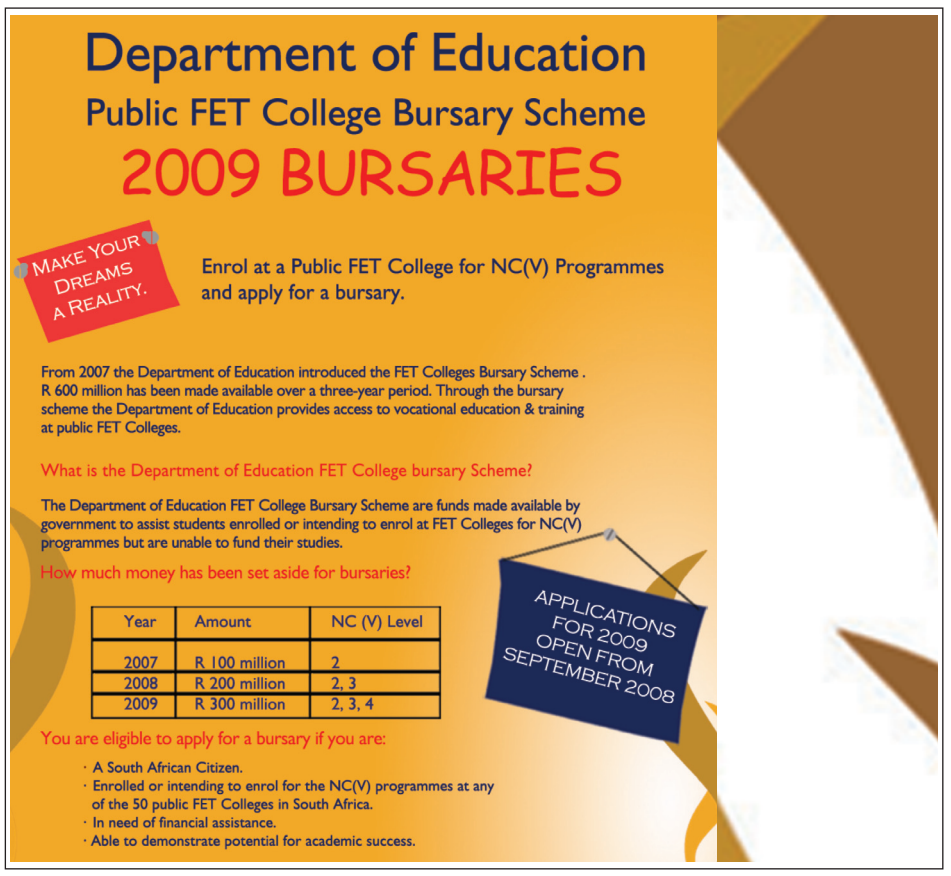


8.3 $P = 45x + 100y$ ✓✓

8.4 $(6; 6)$ ✓✓

$\therefore P = 45(6) + 100(6) = \text{R}870$ ✓

$\left(\text{soeklyn } m = -\frac{9}{20} = -\frac{45}{10}\right)$

Dankie!

"Met waardering en dank aan die Wiskunde-onderwysers van Springfield Klooster in die Wes-Kaap"