



Mev Angie Motshekga,
Minister van Basiese
Onderwys



Mnr Enver Surty,
Adjunkminister van
Basiese Onderwys

Hierdie werkboeke is vir Suid-Afrika se kinders ontwikkel onder leiding van die Minister van Basiese Onderwys, mev Angie Motshekga, en die Adjunkminister van Basiese Onderwys, mnr Enver Surty.

Die Reënboog-werkboeke maak deel uit van 'n reeks intervensies deur die Departement van Basiese Onderwys met die doel om die prestasie van Suid-Afrikaanse leerders in die eerste ses grade te verbeter. Hierdie projek is 'n prioriteit van die Regering se Plan-van-Aksie en moontlik gemaak deur die ruim befondsing van die Nasionale Tesourie. Die Departement is hierdeur in staat gestel om hierdie werkboeke gratis in al die amptelike tale te voorsien.

Ons hoop dat u as onderwyser hierdie werkboeke in u daaglikse onderrig nuttig sal vind en ook sal verseker dat u leerders die kurrikulum dek.

Al die aktiwiteite in die werkboeke het ikone om aan te dui wat die leerders moet doen.

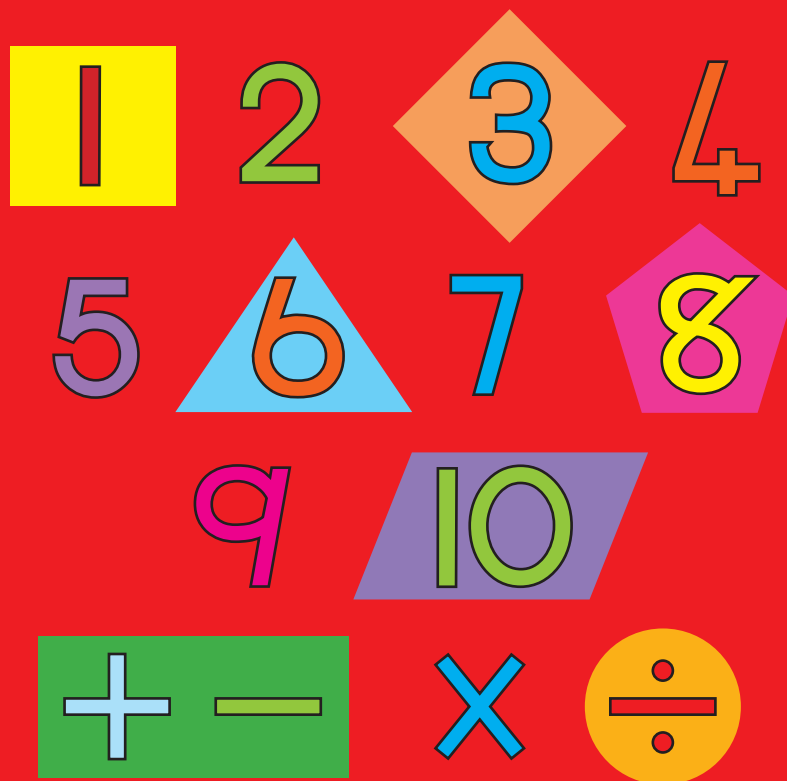
Ons hoop van harte dat leerders dit gaan geniet om deur die boeke te werk terwyl hulle leer en groei en dat u as onderwyser dit saam met hulle sal geniet.

Ons wens u en u leerders alle sukses in die gebruik van hierdie werkboeke toe.

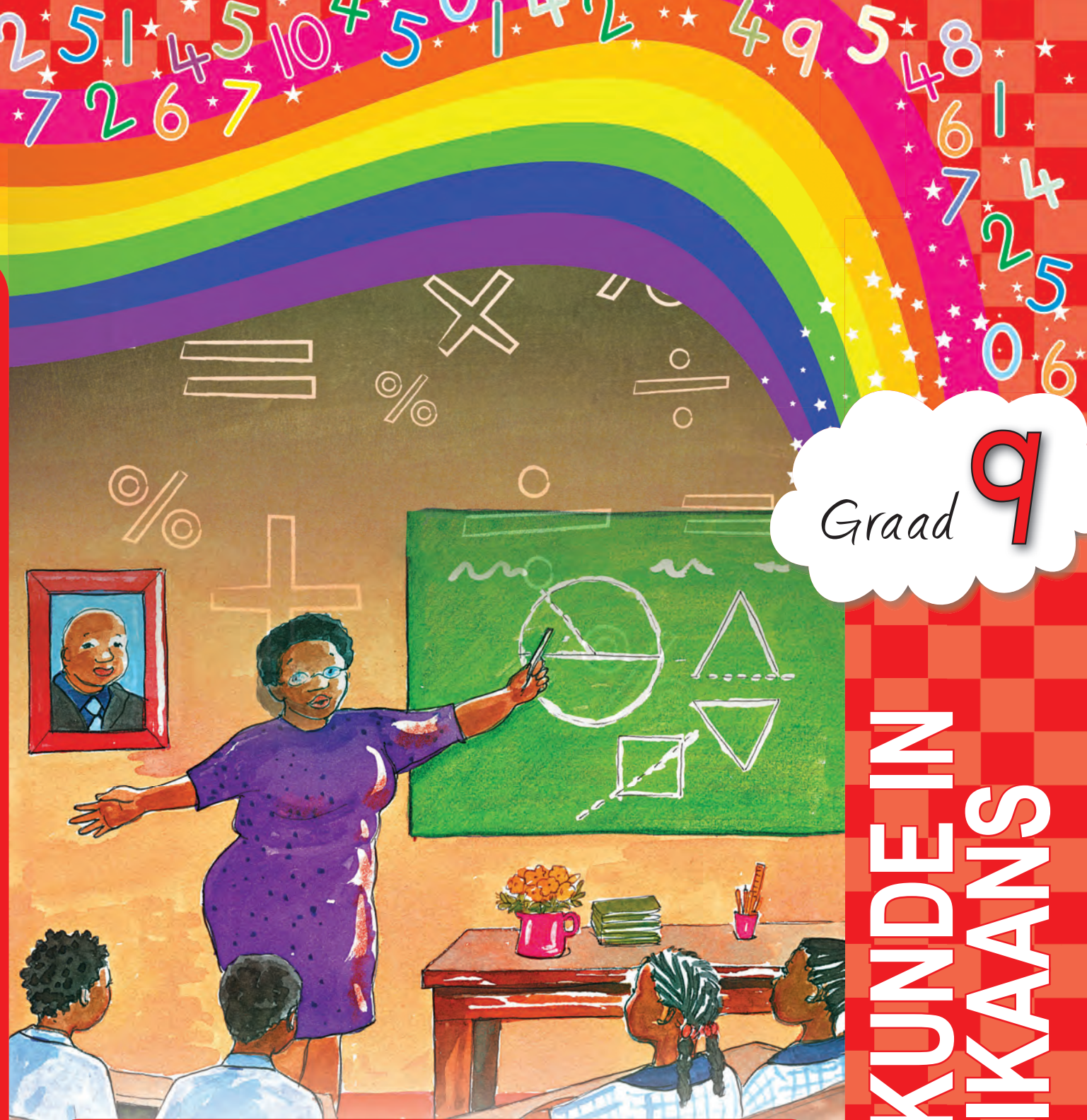
WISKUNDE in AFRIKAANS – Graad 9 Boek 2



MATHEMATICS IN AFRIKAANS
GRADE 9 – BOOK 2
TERMS 3 & 4
ISBN 978-1-4315-0229-5
**THIS BOOK MAY
NOT BE SOLD.**



ISBN 978-1-4315-0229-5



Graad **9**

Naam: _____

Klas: _____



basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

**WISKUNDE IN
AFRIKAANS**

Boek 2
Kwartaal
3 & 4



9 781431 502295



Published by the Department of Basic Education
222 Struben Street
Pretoria
South Africa

© Department of Basic Education
Third edition 2013

ISBN 978-1-4315-0229-5

The Department of Basic Education has made every effort to trace copyright holders but if any have been inadvertently overlooked the Department will be pleased to make the necessary arrangements at the first opportunity.

This book may not be sold.



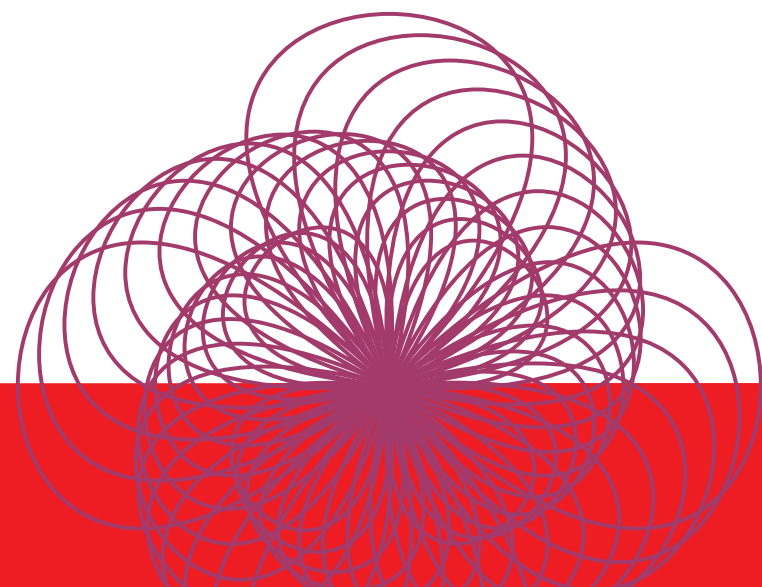
basic education
Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA



$$3 \times 4 = 12$$

Vermenigvuldigingstafel

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

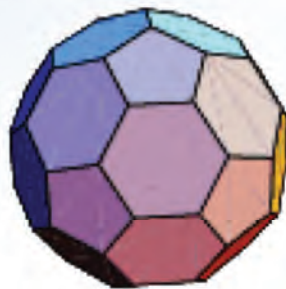
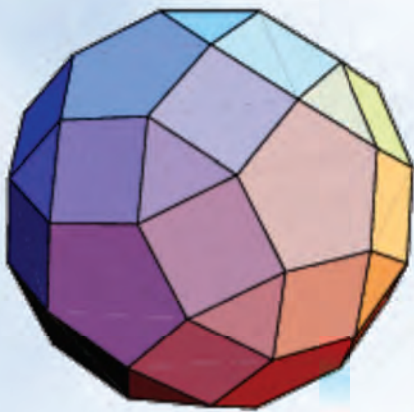


Graad 9



W i s k u n d e

in Afrikaans



Naam:

AFRIKAANS

Boek

2

Gee 'n **reël** om die **konstante verskil** tussen opeenvolgende terme te beskryf ten einde die patroon uit te brei.

-1; -1,5; -2; -2,5; ...

"tel -0,5 by"

"tel in -0,5"

"tel -0,5 by die vorige getal in die patroon."

Gee 'n **reël** om die **konstante verhouding** tussen opeenvolgende terme te beskryf.

2; -1; 0,5; -0,25; 0,125; ...

"vermenigvuldig die vorige getal met -0,5"

Beskryf die patroon wat **nóg** 'n **konstante verskil** **nóg** 'n **konstante verhouding** het.

1, 0, -2, -5, -9, -14

"trek een meer af as wat afgetrek is om die vorige term te kry"

As hierdie reël gebruik word, sal die volgende drie terme -20, -27, -35 wees.

1. Beskryf die patroon deur die reël daarvoor te gee en dit dan met drie terme uit te brei.

a. 36, 43, 50, 57, ...

b. 29, 17, 5, -7, ...

c. 63, 45, 27, 9, ...

d. 59, 60, 61, 62, ...

e. 18, 43, 68, 93, ...

f. 48, 61, 74, 87, ...

g. 1, 8, 27, 64, ...

h. 1, 4, 16, 25, ...

i. 36, 19, 2, -15, ...

j. 22, -16, -54, -92, ...

2. Beskryf die patroon deur die reël daarvoor te gee en dit dan met drie terme uit te brei.

a. 6, -12, 24, -48, ...

b. -17, -102, -612, -3 672, ...

c. 16, 112, 784, 5 488, ...

e. 25, 75, 225, 675, ...

g. 37, 333, 2 997, 26 973, ...

i. 43, -129, 387, -1 161, ...

d. 28, 140, 700, 3 500, ...

f. 52, -208, 832, -3 328, ...

h. -39, -156, -624, -2 496, ...

j. 49, 294, 1 764, 10 584, ...

3. Beskryf die patroon deur die reël daarvoor te gee en dit dan met drie terme uit te brei.

a. 66, 58, 51, 45, ...

b. 32, 38, 31, 39, ...

c. 25, 34, 46, 61, ...

d. 72, 55, 37, 18, ...

e. 14, 28, 84, 336, ...

f. 16, 32, 128, 1 024, ...

g. 21, 23, 19, 25, ...

h. 87, -3, 77, 7, 67, ...

i. 27, 38, 50, 63, ...

j. 44, 66, 132, 330, ...

Probleemoplossing

Skep jou eie rye soos volg:

- Die konstante verskil tussen die opeenvolgende terme
- Die konstante verhouding tussen die opeenvolgende terme
- Nóg 'n konstante verskil nóg 'n konstante verhouding



Kyk na die Voorbeeld: Bepaal die tiende term.

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	10	n
Term	-3	-7	-11	-14	-39	

Getallesin :

Eerste term: $-4(1) + 1 = -3$

Tweede term: $-4(2) + 1 = -7$

Derde term: $-4(3) + 1 = -11$

Vierde term: $-4(4) + 1 = -14$

Tiende term: $-4(10) + 1 = -39$

n^{de} term: $-4(n) + 1$

Die verskil
tussen die
terme is -4 .

'n' is enige
natuurlike
getal.

1. Bepaal die tiende en die n^{de} terme deur 'n tabel en 'n getallesin te gebruik.

a. Die n^{de} term is:

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	10	n
Term	13	23	33	43		

b. Die n^{de} term is:

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	10	n
Term	11	17	23	29		

c. Die n^{de} term is:

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	10	n
Term	17	20	23	26		

d. Die n^{de} term is:

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	10	n
Term	-16	-23	-30	-37		

e. Die n^{de} term is:

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	10	n
Term	-3	6	15	24		

f. Die n^{de} term is:

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	10	n
Term	13	17	21	25		

g. Die n^{de} term is:

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	10	n
Term	-6	10	26	42		

2. Maak aantekeninge oor hoe jy die rye opgelos het.

Handwritten notes area with horizontal dashed lines.

Probleemoplossing

Bepaal die tiende en die n^{de} terme deur 'n tabel en 'n getaltesin te gebruik.

Die n^{de} term is:

n (Posisie in ry)	3	6	9	10	12	n
Term	13	40	85	?	148	?

Die n^{de} term is:

n (Posisie in ry)	18	12	10	6	n
Term	5 815	1 711	?	199	?

Gee die volgende drie terme:

$$2^2; 3^2; 4^2; 5^2; \dots$$

$$\sqrt{4}; \sqrt{9}; \sqrt{16}; \sqrt{25}; \dots$$

$$2^3; 3^3; 4^3; 5^3; \dots$$

$$\sqrt[3]{8}; \sqrt[3]{27}; \sqrt[3]{64}; \sqrt[3]{125}; \dots$$



1. Voltooi die tabelle.

Voorbeeld:

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	10	n
Term	-3	-7	-11	-14	-39	

Die onderste ry terme vir elke posisie in ry (n) word verkry deur die formule of reël te gebruik: **kwadreer** die posisie van getal (n) in die boonste ry en tel $1 = n^2 + 1$ daarby.

Eerste term: $2 = (1)^2 + 1$

Tweede term: $5 = (2)^2 + 1$

Derde term: $10 = (3)^2 + 1$

Vierde term: $17 = (4)^2 + 1$

Tiende term: $101 = (10)^2 + 1$

n^{de} term: $= n^2 + 1$

q.

n (Posisie in ry)	3	4	5	6	10	n
Term	7	14	23	34	?	?

Derde term: $7 = \underline{\hspace{2cm}}$

Vierde term: $14 = \underline{\hspace{2cm}}$

Vyfde term: $23 = \underline{\hspace{2cm}}$

Sesde term: $34 = \underline{\hspace{2cm}}$

Tiende term: $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

n^{de} term: $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Maak aantekeninge oor hoe jy die rye opgelos het.

b.

n (Posisie in ry)	2	4	6	8	10	n
Term	11	67	219	515	?	?

Tweede term: 11 = _____

Vierde term: 67 = _____

Sesde term: 219 = _____

Agtste term: 515 = _____

Tiende term: _____ = _____

n^{de} term: _____ = _____

c.

n (Posisie in ry)	-5	0	5	10	15	n
Term	$-10\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$?	$19\frac{1}{2}$	$29\frac{1}{2}$?

Derde term: $-10\frac{1}{2}$ = _____

Vierde term: $\frac{1}{2}$ = _____

Vyfde term: _____ = _____

Tiende term: $19\frac{1}{2}$ = _____

Vyftiende term: $29\frac{1}{2}$ = _____

n^{de} term: _____ = _____

d.

n (Posisie in ry)	2	4	6	8	10	n
Term	8	?	216	512	?	?

Tweede term: 8 = _____

Vierde term: _____ = _____

Sesde term: 216 = _____

Agtste term: 512 = _____

Tiende term: _____ = _____

n^{de} term: _____ = _____

e.

n (Posisie in ry)	1	2	4	8	10	n
Term	2	5	17	65	?	?

Eerste term: 2 = _____

Tweede term: 5 = _____

Vierde term: 17 = _____

Agtste term: 65 = _____

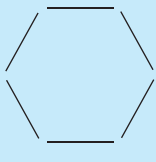
Tiende term: _____ = _____

n^{de} term: _____ = _____

Uitruil van inligting

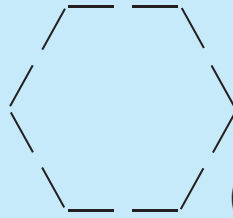
Wys jou antwoorde vir 'n maat. Het julle dieselfde reëls?



 (1×6)

Wat sal die volgende patroon wees?

Die reël: Voeg een deel aan elke kant by.

 (2×6)

Hoe bepaal jy die volgende patroon?

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	5		10	n
Term	6	12	18	24	30		60	?

Eerste term: $6(1) = 6$

Tweede term: $6(2) = 12$

Derde term: $6(3) = 18$

Vierde term: $6(4) = 24$

Vyfde term: $6(5) = 30$

Tiende term: $6(10) = 60$

n^{de} term: $6(n) = 6n$

1. Doen die volgende:

- Trek die eerste vier terme in elkeen van die volgende meetkundige patrone.
- Bepaal die eerste, tweede, derde, vierde, tiende en nde terme en skryf dit in 'n tabel neer.
- Skryf getallessinne vir elke tabel.

a. Sewehoek (heptagoon)

i.

ii.

iii.

b. Vyftienhoek (pentadekagoon)

i.

ii.

iii.

c. Twintighoek (ikosagoon)

i.

ii.

iii.

Uitruil van inligting

Doen dieselfde met 'n vyf-en-twintighoek (ikosikaipentagoon).



Kyk na die voorbeeld. Bespreek dit. Wat sal die 10de term wees?

$$y = 3x + \frac{1}{4}$$

x	-2	-1	0	1	2	5	10
y	$-5\frac{3}{4}$	$-2\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{4}$	$15\frac{1}{4}$	

$$y = 3(-2) + \frac{1}{4} \quad y = 3(-1) + \frac{1}{4} \quad y = 3(0) + \frac{1}{4} \quad y = 3(1) + \frac{1}{4} \quad y = 3(2) + \frac{1}{4} \quad y = 3(5) + \frac{1}{4}$$

$$y = -6 + \frac{1}{4} \quad y = -3 + \frac{1}{4} \quad y = 0 + \frac{1}{4} \quad y = 3 + \frac{1}{4} \quad y = 6 + \frac{1}{4} \quad y = 15 + \frac{1}{4}$$

$$y = -5\frac{3}{4} \quad y = -2\frac{3}{4} \quad y = \frac{1}{4} \quad y = 3\frac{1}{4} \quad y = 6\frac{1}{4} \quad y = 15\frac{1}{4}$$

1. Voltooi die tabelle deur die vergelykings te gebruik.

a.

x	-2	-1	0	1	2	5	10
y							

$$y = 2x + \frac{1}{2}$$

b.

x	-2	-1	0	1	2	10	50
y							

$$y = x^2 - 1$$

c.

x	-3	-2	-1	0	1	13	25
y							

$$y = x^3 - 2$$

d.

x	0	2	3	50	75	100
y						

$$y = \frac{1}{2}x + 4$$

e.

x	1	3	5	7	27	47
y						

$$y = -4x - 3$$

2. Voltooi die tabelle. Wat is die waarde van m en n ?

a.

x	-2	-1	0	1	2	5	n
y						m	

$$y = x^2 - \frac{1}{4}$$

b.

x	1	2	3	4	n	6	7
y			m				

$$y = -x - 4$$

c.

x	-3	5	13	21	29	37	n
y					m		

$$y = 2x^2 + \frac{1}{4}$$

d.

x	3	6	9	n	15	21	24
y						m	

$$y = \frac{x}{3} + 1$$

Hoe het jy vir m opgelos?

Beskryf in jou eie woorde hoe jy vir m opgelos het.

Veranderlikes: 'n Getal wat verskillende waardes kan hê vergeleke met 'n konstante wat 'n vaste waarde het.

b, x, p, z, y en c is veranderlikes.

$$\frac{x}{4} \quad 13z \quad 4c$$

$$7b \quad -\frac{4}{p} \quad \sqrt{y}$$

Konstant wat 'n vaste waarde het.

-1, 5, 4 en $\frac{1}{2}$ is konstantes omdat die waardes daarvan nie verander nie.

$$-1 \quad 5 \quad 4$$

$$\frac{1}{2}$$

Koëffisiënt: 'n Konstante wat vooraan 'n veranderlike of groep veranderlikes gelas word. Die veranderlike word deur die koëffisiënt vermenigvuldig.

Hier is voorbeelde van 'n koëffisiënt.

In $4x + 3y$ is daar twee terme, $4x$ en $3y$, en die koëffisiënt van x in $4x$ is 4 en die koëffisiënt van y in $3y$ is 3.

Algebraïese uitdrukking: 'n Versameling hoeveelhede wat bestaan uit konstantes en veranderlikes wat deur die vier fundamentele bewerkings verbind word.

Hier volg 'n paar voorbeelde van algebraïese uitdrukkings:

$$2x + \frac{3}{y} \quad x + 4 \quad \frac{z}{4}$$

$$3z + 6 \quad y - 3$$

Term: Dele van 'n algebraïese uitdrukking wat deur die + of die - simbool aan mekaar verbind is.

Uitdrukkings met een term.

$$3x$$

$$\frac{x}{3}$$

Uitdrukkings met twee terme.

$$3x + y$$

$$4x^2 + 3$$

Uitdrukkings met drie terme.

$$x - 3y + 3$$

Monoom: 'n Algebraïese uitdrukking wat slegs een term het, byvoorbeeld:

$$4x$$

Binoom: 'n Algebraïese uitdrukking wat twee terme het, byvoorbeeld:

$$4x - 3y$$

Trinoom: 'n Algebraïese uitdrukking wat drie terme het, byvoorbeeld:

$$2x - 3y + z$$

1. Identifiseer veranderlikes en konstantes in die volgende:

a. $5x^2$

x is 'n veranderlike. Daar is geen konstantes nie.

b. $2x^2 + 4x$

c. $\frac{x^2}{4}$

d. $\frac{x^2}{4x^4}$

e. $9x^2 + 5$

f. $xy^2 + x$

g. $100xy + x$

h. $4x^2 + 2x + 3$

i. $\frac{9x^2 + 4}{7x}$

j. $\frac{6x^2 + 4x + 3}{2x^2}$

2. Skryf die terme en koëffisiënte van die veranderlikes in die volgende algebraïese uitdrukkings neer.

a. $3x^2 - 4y$

b. $\frac{2}{3}x + y$

c. $3x + 4y - \frac{5}{2}y$

d. $x^2 + 2xy + y^2$

e. $\frac{x}{7} - \frac{8}{y}$

3. Omkring die gelyksoortige terme in die volgende algebraïese uitdrukkings neer en tel hul dan bymekaar.

a. $(3x^2) - 4xy + (5x^2) - 9$

$3x^2 + 5x^2 = 8x^2$

b. $xyz - 5xy + 6zx + 15xyz - 1$

c. $x^3 + y^3 - 3xy + 6yx - 4y^3$

d. $abc + bcd + cda$

4. Gee vyf voorbeelde van elkeen:

Monoom

.....

.....

.....

.....

.....

Binoom

.....

.....

.....

.....

.....

Trinoom

.....

.....

.....

.....

.....

Probleemoplossing

Skop 'n algebraïese uitdrukking met veranderlikes en konstantes deur al die fundamentele bewerkings te gebruik. Vereenvoudig dit.



$$P = Q$$

$$P - Q = 0$$



Hersien

Gelyksoortige terme is **monome** wat dieselfde veranderlikes bevat en tot dieselfde mag verhef word. Dit kan gekombineer word om 'n enkelterm te vorm.

$4a^2b$ en $10a^2b$ is gelyksoortige terme.

In die uitdrukking:
 $3x^2 + 2xy - 5y^3 - 4xy + 9$, is die
 gelyksoortige terme $2xy$ en $-4xy$.

1. Tel die volgende pare algebraïese uitdrukkings op:

Voorbeeld:

Tel op $-3x + 4$ en $2x^2 - 7x - 2$

$$\begin{aligned} &(-3x + 4) + (2x^2 - 7x - 2) \\ &= 2x^2 + (-3x - 7x) + (4 - 2) \\ &= 2x^2 - 10x + 2 \end{aligned}$$

a. $\frac{3}{2}x^2 + x + 1$ en $\frac{3}{7}x^2 + \frac{1}{4}x + 5$

b. $\frac{7}{5}x^3 - x^2 + 1$ en $2x^2 + x - 3$

c. $xy + \frac{z}{y} + zx$ en $3xy - \frac{z}{y}$

d. $\frac{3y}{xz} + \frac{x}{2y} + z$ en $-\frac{4y}{xz} + \frac{3x}{2y} - z$

2. Trek die volgende pare algebraïese uitdrukkings af:

Voorbeeld:

Trek af $2x^2 - 7x - 2$ van $-3x + 4$

$$(-3x + 4) - (2x^2 - 7x - 2)$$

$$= 2x^2 + [-3x - (-7x)] + [(4 - (-2))]$$

$$= 2x^2 + (-3x + 7x) + (4 + 2)$$

$$= 2x^2 + 4x + 6$$

a. $7x^3 - 3x^2 + 2$ van $x^2 - 5x + 2$

b. $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} - 3$ van $\frac{3x}{y} - \frac{2y}{z} + 7 + x^2$

c. $ax^2 + 2hxy + by^2$ van $cx^2 + 2gxy + dy^2$

Probleemoplossing

Skep 'n algebraïese uitdrukking deur veranderlikes, konstantes en die basiese bewerkings te gebruik. Vereenvoudig dit.

Monome vermenigvuldig met polinoem. (Pas toe die distributiewe eienskap)

$$a(b + c)$$

$$= a \times b + a \times c$$

$$= ab + ac$$

of

a	b	c
	ab	ac

$$3(a + b)$$

$$= (3 \times a) + (3 \times b)$$

$$= 3a + 3b$$

of

3	a	b
	3a	3b

$$x(2 + 4)$$

$$= (x \times 2) + (x \times 4)$$

$$= 2x + 4x$$

$$= 6x$$

of

x	2	4
	2x	4x

$$2a(3a^2 - 4a + 5)$$

$$(2a \times 3a^2) - (2a \times 4a) + (2a \times 5)$$

$$= 6a^{1+2} - 8a^{1+1} + 10a$$

$$= 6a^3 - 8a^2 + 10a$$

of

2a	3a ²	-4a	5
	6a ³	-8a ²	10a

$$-2a(3a^2 - 4a + 5)$$

$$= (-2a \times 3a^2) + (-2a \times -4a) + (-2a \times 5)$$

$$= -6a^{1+2} + 8a^{1+1} - 10a$$

$$= -6a^3 + 8a^2 - 10a$$

of

-2a	3a ²	-4a ²	5
	-6a ³	8a ²	-10a

1. Hersiening: vereenvoudig:

Voorbeeld: $2(3 + 4)$

$$= (2 \times 3) + (2 \times 4)$$

$$= 6 + 8$$

$$= 14$$

Albei maniere is reg. Dit is soms makliker om dit tussen hakies te skryf.

of $2(3 + 4)$

$$= 2(7)$$

$$= 14$$

a. $3(6 + 9)$

b. $8(3 + 7)$

c. $5(2 + 1)$

2. Hersiening: vereenvoudig:

Voorbeeld: $a(b + c)$
 $= a \times b + a \times c$
 $= ab + ac$

a. $b(c + d)$

b. $s(r + p)$

c. $z(e + c)$

3. Hersiening: vereenvoudig:

Voorbeeld: $3(a + b)$
 $= (3 \times a) + (3 \times b)$
 $= 3a + 3b$

a. $7(b + c)$

b. $8(p + q)$

c. $4(x + y)$

Die produk van 'n monoom en polinoom vervolg

4. Hersiening: vereenvoudig:

Voorbeeld:	$x(2 + 4)$	of	$x(2 + 4)$
	$= (x \times 2) + (x \times 4)$		$= x(4)$
	$= 2x + 4x$		$= 6x$
	$= 6x$		

a. $x(6 + 3)$

b. $m(9 + 2)$

c. $y(5 + 7)$

5. Vereenvoudig:

Voorbeeld: $2x(3x^2 - 4x + 5)$
 $= 6x^{1+2} - 8x^{1+1} + 10x$
 $= 6x^3 - 8x^2 + 10x$

a. $2x(x^2 - 11x + 12)$

b. $2x(x^2 - x + 12)$

c. $4x(3x^2 - 9x + 15)$

6. Vereenvoudig:

Voorbeeld: $-2x(3x^2 - 4x + 5)$
 $= (-2x \cdot 3x^2) + (-2x \cdot -4x) + (-2x \cdot 5)$
 $= -6x^{1+2} - 8x^{1+1} + 10x$
 $= -6x^3 + 8x^2 - 10x$

$$2x(3x^2 - 4x + 5)$$

a. $-2x(2x^2 - x + 4)$

b. $-4x(x^2 - x + 12)$

c. $-2x(x^2 - 6x + 8)$

7. As $x = -3$, dan: $4x^2 + 3x + 2 =$

a. $5x^2 + 6x + 7$

b. $9x^2 + 6x + 5$

c. $2x^2 + 7x + 6$

8. Vereenvoudig en vervang dan met $x = -2$:

a. $2x(4x^2 + 5x + 6)$

b. $4x(x^2 - 3x + 2)$

c. $5x(x^2 + 12x + 20)$

Probleemoplossing

Die $a \times x$ kan oor die $2 + 4$ in $a \times 2$ plus $a \times 4$ "versprei" word. Hoe het die oorspronklike som gelyk?

Bepaal die waarde van $x^2 - 3$ as $x = \frac{-3}{2}$

Skep jou eie monoom vermenigvuldig met 'n trinoom en vereenvoudig dit deur die distributiewe eienskap te gebruik.

Skep jou eie monoom vermenigvuldig met 'n trinoom en vereenvoudig dit deur die distributiewe eienskap te gebruik.

Skep jou eie trinoom en deel dit deur 'n monoom wat 'n faktor van al drie terme in die trinoom is.

$$(3 + 4)(3 + 5)$$

$$= (3 \times 3) + (3 \times 5) + (4 \times 3) + (4 \times 5)$$

$$= 9 + 15 + 12 + 20$$

$$= 56$$

$$\text{of } (3 + 4)(3 + 5)$$

$$= 7 \times 8$$

$$= 56$$

of

	3	5
3	9	15
4	12	20

Onthou:

positiewe getal \times positiewe getal = positiewe getal,
 negatiewe getal \times negatiewe getal = positiewe getal,
 positiewe getal \times negatiewe getal = negatiewe getal.

1. Vermenigvuldig:

Voorbeeld: $(x + 2)(x + 3)$

$$= (x + 2)(x + 3)$$

$$= (x \times x) + (x \times 3) + (2 \times x) + (2 \times 3)$$

$$= x^{1+1} + 3x + 2x + 6$$

$$= x^2 + 3x + 2x + 6$$

$$= x^2 + 5x + 6$$

	x	3
x	x^2	$3x$
2	$2x$	6

a. $(x + 2)(x + 2)$

b. $(x + 3)(x + 4)$

c. $(x + 1)(x + 1)$

2. Vermenigvuldig:

Voorbeeld: $(x - 2)(x - 3)$

$$= (x - 2) \times (x - 3)$$

$$= (x \times x) + (x \times -3) + (-2 \times x) + (-2 \times -3)$$

$$= x^{1+1} - 3x - 2x + 6$$

$$= x^2 - 5x + 6$$

	x	-3
x	x^2	$-3x$
-2	$-2x$	6

a. $(x - 3)(x - 4)$

b. $(x - 5)(x - 7)$

c. $(x - 2)(x - 4)$

3. Vermenigvuldig:

Voorbeeld: $(x + 2)(x - 3)$

$$= (x + 2) \times (x - 3)$$

$$= (x \times x) + (x \times -3) + (2 \times x) + (2 \times -3)$$

$$= x^{1+1} - 3x + 2x - 6$$

$$= x^2 - x - 6$$

	x	-3
x	x^2	$-3x$
2	$2x$	6

vervolg

a. $(x + 5)(x - 5)$

b. $(x + 2)(x - 8)$

c. $(x + 7)(x - 8)$

4. Vermenigvuldig:

Voorbeeld: $(x - 2)(x + 3)$

$$= (x - 2) \times (x + 3)$$

$$= (x \times x) + (x \times 3) + (-2 \times x) + (-2 \times 3)$$

$$= x^2 + 3x - 2x - 6$$

$$= x^2 + x - 6$$

	x	$+3$
x	x^2	$3x$
-2	$-2x$	-6

a. $(x - 4)(x + 5)$

b. $(x - 2)(x + 8)$

c. $(x - 5)(x + 4)$

5. Vermenigvuldig:

Voorbeeld: $(x \pm 2)^2$

$$\begin{aligned} &= (x + 2)(x + 2) \text{ en } (x - 2)(x - 2) \\ &= x^2 + 2x + 2x + 4 \text{ en } x^2 - 2x - 2x + 4 \\ &= x^2 + 4x + 4 \text{ en } x^2 - 4x + 4 \\ &= x^2 \pm 4x + 4 \end{aligned}$$

	x	2
x	x^2	$2x$
2	$2x$	4

	x	-2
x	x^2	$-2x$
-2	$-2x$	4

a. $(x \pm 3)^2$

b. $(x \pm 4)^2$

c. $(x \pm 6)^2$

6. Vereenvoudig:

Voorbeeld: $2(x - 3)^2$

$$\begin{aligned} &= 2[(x - 3)(x - 3)] \\ &= 2[x^2 - 3x - 3x + 9] \\ &= 2[x^2 - 6x + 9] \\ &= 2x^2 - 12x + 18 \end{aligned}$$

vervolg 

a. $2(x - 6)^2$

b. $6(x - 7)^2$

c. $3(x - 2)^2$

d. $-4(x - 1)^2$

e. $-7(x - 6)^2$

f. $2(x - 5)^2$

7. Hersiening: vereenvoudig:

Voorbeeld: Sien die vorige werkblad vir 'n voorbeeld.

a. $2(x + 3)^2$

b. $6(x + 2)^2$

c. $3(x + 3)^2$

d. $3(x + 2)^2$

e. $-1(x + 2)^2$

f. $-3(x + 3)^2$

8. Vereenvoudig:

Voorbeeld: $(x + 1)(2x - 5)$
 $= 2x^2 - 5x + 2x - 5$
 $= 2x^2 - 3x - 5$

a. $(x + 2)(x - 3)$

b. $(x + 2)(x - 4)$

c. $(x + 1)(x - 5)$

9. Vereenvoudig:

Voorbeeld: $3(x + 1)(2x - 5)$
 $= (3x + 3)(2x - 5)$
 $= (3x \times 2x) + (3x \times -5) + (3 \times 2x) + (3 \times -5)$
 $= 6x^2 - 15x + 6x - 15$
 $= 6x^2 - 9x - 15$

of $3(x + 1)(2x - 5)$
 $= 3(2x^2 + 2x - 5x - 5)$
 $= 3(2x^2 - 3x - 5)$
 $= 6x^2 - 9x - 15$

a. $3(x + 2)(3x - 1)$

b. $2(2x - 5)(3x + 1)$

c. $5(2x + 7)(3x - 5)$

vervolg 



10. Vereenvoudig:

a. $2(x + 1)^2 + 4(x + 2)(x - 3)$

b. $3(a - 2)^2 + (2a - 3)(a - 4)$

Saamvermenigvuldiging van algebraïese uitdrukkings

Om twee algebraïese uitdrukkings te vermenigvuldig, word elkeen van die terme van een algebraïese uitdrukking vermenigvuldig met elke term van die ander algebraïese uitdrukking, en die resultaat word vereenvoudig deur die gelyksoortige terme op te tel.

11. Vermenigvuldig hierdie algebraïese uitdrukkings saam en vereenvoudig:

Voorbeeld: Vermenigvuldig $2n + 3$ by $n^2 - 3n + 4$

$$\begin{aligned} &(2n + 3)(n^2 - 3n + 4) \\ &= 2n(n^2 - 3n + 4) + 3(n^2 - 3n + 4) \\ &= 2n \times n^2 + 2n(-3n) + 2n \times 4 + 3 \times n^2 + 3(-3n) + 3 \times 4 \\ &= 2n^3 - 6n^2 + 8n + 3n^2 - 9n + 12 \\ &= 2n^3 - 3n^2 - n + 12 \\ \therefore (2n + 3)(n^2 - 3n + 4) &= 2n^3 - 3n^2 - n + 12 \end{aligned}$$

a. $(2x + 1)(x^2 - 2x + 1) =$

b. $(b + 6)(b^2 - 12b + 2) =$

12. Vermenigvuldig:

Voorbeeld: Vermenigvuldig $2x^2 - 3x - \frac{2}{x}$ by $-x + \frac{7}{x}$

Oplossing: $(2x^2 - 3x - \frac{2}{x})(-x + \frac{7}{x})$

$$= 2x^2(-x + \frac{7}{x}) - 3x(-x + \frac{7}{x}) - \frac{2}{x}(-x + \frac{7}{x})$$

$$= 2x^2 \times (-x) + 2x^2 \times \frac{7}{x} - 3x \times (-x) - 3x \times \frac{7}{x} - \frac{2}{x} \times (-x) - \frac{2}{x} \times \frac{7}{x}$$

$$= -2x^3 + 14x + 3x^2 - 21 + 9 - \frac{63}{x^2}$$

$$= -2x^3 + 3x^2 + 14x - 12 - \frac{63}{x^2}$$

$$\therefore (2x^2 - 3x - \frac{2}{x})(-x + \frac{7}{x}) = -2x^3 + 3x^2 + 14x - 12 - \frac{63}{x^2}$$

a. $c^2 + 7c - 14$ by $-c + \frac{7}{c}$

b. $2b^2 - 5b - \frac{5}{b}$ by $-b + \frac{2}{b}$

Probleemoplossing

Skep twee binome wat saam vermenigvuldig word, en vereenvoudig dit. Gebruik koëffisiënte.

Vergelyk die voorbeelde.

Voorbeeld 1:

$$\begin{aligned} & \frac{4x^4 - 2x^3}{2x^2} \\ &= \frac{4x^4}{2x^2} - \frac{2x^3}{2x^2} \\ &= 2x^{4-2} - x^{3-2} \\ &= 2x^2 - x \end{aligned}$$

Voorbeeld 2:

$$\begin{aligned} & \frac{x^3}{x^2} \\ &= \frac{x \cdot x \cdot x}{x \cdot x} \\ &= x \end{aligned}$$

Voorbeeld 3:

$$\begin{aligned} & \frac{6x^3 - 8x^2}{2x} \\ &= \frac{6x^3}{2x} - \frac{8x^2}{2x} \\ &= 3x^{3-1} - 4x^{2-1} \\ &= 3x^2 - 4x \end{aligned}$$

1. Hersiening: Vereenvoudig deur voorbeeld 1 en 2 hierbo as riglyne te gebruik.

a. $\frac{2x^2 - 2x}{2x}$

b. $\frac{3x^2 - 6x}{3x}$

c. $\frac{10x^2 - 10x}{5x}$

2. Vereenvoudig:

Voorbeeld: $\frac{6x^3 - 8x^2 + 2x + 10}{2x}$

$$\begin{aligned} &= \frac{6x^3}{2x} - \frac{8x^2}{2x} + \frac{2x}{2x} + \frac{10}{2x} \\ &= 3x^{3-1} - 4x^{2-1} + 1 + \frac{5}{x} \\ &= 3x^2 - 4x + 1 + \frac{5}{x} \end{aligned}$$

a. $\frac{6x^3 + 2x^2 + 2x}{2x}$

b. $\frac{12x^3 + 6x^2 + 6x}{3x}$

c. $\frac{15x^3 + 10x^2 + 30x}{5x}$

d. $\frac{6x^3 + 8x^2 + 2x + 8}{2x}$

e. $\frac{12x^3 + 6x^2 + 9x + 9}{3x}$

f. $\frac{20x^3 + 16x^2 - 8x - 8}{4x}$

3. Deel en toets:

Voorbeeld: $(2x^2 + 5x + 3) \div (2x + 3)$

$$\begin{array}{r}
 = x + 1 \\
 2x + 3 \overline{) \sqrt{2x^2 + 5x + 3}} \\
 \underline{2x^2 + 3x} \\
 2x + 3 \\
 \underline{2x + 3} \\
 0
 \end{array}$$

Toets

$$\begin{aligned}
 &(2x + 3)(x + 1) \\
 &= 2x^2 + 3x + 2x + 3 \\
 &= 2x^2 + 5x + 3
 \end{aligned}$$

a. $(3x^2 + 7x + 4) \div (3x + 4) =$

b. $(5x^2 + 21x + 18) \div (5x + 6) =$

c. $(2x^2 + 18x + 16) \div (x + 2) =$

Probleemoplossing

Skep 'n polinoom gedeel deur 'n monoom.

Kry die res wanneer $x^2 - x + 1$ gedeel word deur $x + 1$.

Bepaal die kwosiënt en res wanneer $x^4 + 2x^3 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ gedeel word deur $x^2 + \frac{1}{3}$.

Kyk na hierdie voorbeeld:

$$3x^2 - x + 2 \text{ vir } x = 2.$$

Kom ons verstaan die stappe wat by evaluering betrokke is.

Vervang die gegewe veranderlike(s) deur die gegewe waarde(s), d.w.s. $3 \times (2)^2 - (2) + 2$

Vereenvoudig die numeriese resultaat wat in die eerste stap verkry is.

$$\begin{aligned} 3 \times 2^2 - 2 + 2 &= 3 \times 4 - 2 + 2 \\ &= 12 - 2 + 2 \\ &= 12 \end{aligned}$$

dus

$$3x^2 - x + 2 = 12 \text{ wanneer } x = 2$$

Ons kan enige algebraïese uitdrukking vir 'n gegewe waarde(s) van die veranderlike(s) wat daarin voorkom, evalueer.

Kom ons neem twee ander voorbeelde:

$$(3x^2 - 3x + 1)(x - 1) \text{ vir } x = 3$$

Vervang x vir 3 en dan kry ons:

$$\begin{aligned} (3 \times 3^2 - 3 \times 3 + 1)(3 - 1) \\ &= (3 \times 9 - 9 + 1)(2) \\ &= 2(19) = 38 \end{aligned}$$

$$(3x^2 - 1) + (4x^3 - 4x - 3) \text{ vir } x = -1$$

Vervang x vir -1 en dan kry ons:

$$\begin{aligned} [3 \times (-1)^2 - 1] + [4(-1)^3 - 4(-1) - 3] \\ &= 3 - 1 + [4 + 4 - 3] \\ &= 2 - 3 \\ &= -1 \end{aligned}$$

1. Evalueer elkeen van die volgende algebraïese uitdrukkings vir die aangeduide waarde van die veranderlike: $x = 4$

Voorbeeld: $x^2 + 3x - 5$

$$\begin{aligned} (4)^2 + 3(4) - 5 \\ &= 16 + 12 - 5 \\ &= 28 - 5 \\ &= 23 \end{aligned}$$

a. $x^2 + 2x - 8$

b. $x^2 + 3x - 5$

c. $x^2 - 3x - 8$

d. $x^2 - 4x + 2$

e. $x^2 + 2x - 4$

f. $x^2 - 5x - 10$

2. Evalueer elkeen van die volgende algebraïese uitdrukkings vir die aangeduide waarde van die veranderlike: $x = -1$

Voorbeeld: $\frac{2}{3}x^3 + \frac{4}{5}x^2 - \frac{7}{5}$
 $= \frac{2}{3}(-1)^3 + \frac{4}{5}(-1)^2 - \frac{7}{5}$
 $= -\frac{2}{3} + \frac{4}{5} - \frac{7}{5}$
 $= -\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$
 $= \frac{-10-9}{15}$
 $= \frac{-19}{15}$
 $= -1\frac{4}{15}$

a. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{2}{4}$

b. $\frac{3}{4}x^3 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$

c. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{10}$

d. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}$

e. $\frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{3}$

f. $\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{12}$

3. Evalueer elkeen van die volgende algebraïese uitdrukkings vir die aangeduide waarde van die veranderlike: $x = \frac{1}{3}$

Voorbeeld: $\frac{2}{3x} + \frac{x^2}{4} - \frac{7}{x^2}$
 $= \frac{2}{3(\frac{1}{3})} + \frac{(\frac{1}{3})^2}{4} - \frac{7}{(\frac{1}{3})^2}$
 $= \frac{2}{1} + \frac{\frac{1}{9}}{4} - \frac{7}{\frac{1}{9}}$
 $= 2 + (\frac{1}{9} \div \frac{1}{4}) - (\frac{7}{1} \div \frac{1}{9})$
 $= 2 + (\frac{1}{9} \times \frac{1}{4}) - (\frac{7}{1} \times \frac{9}{1})$
 $= 2 + \frac{1}{36} - \frac{63}{1}$
 $= 2 - 63 + \frac{1}{36}$
 $= -61\frac{1}{36}$

vervolg



a. $\frac{4}{5}x^2 + \frac{1}{5}x - \frac{1}{6}$

b. $\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{7}x - \frac{1}{5}$

c. $\frac{1}{8}x - \frac{3}{4}x - \frac{4}{5}$

4. Evalueer elkeen van die volgende algebraïese uitdrukkinge vir die aangeduide waardes van die veranderlikes: $x = 2$ en $y = 1$

Voorbeeld: as $x = 2$ en $y = 1$

$$\begin{aligned} \text{dan is } & \frac{x^2}{y} + 3xy - 11 \\ & = \frac{2^2}{1} + (3)(2)(1) - 11 \\ & = \left(\frac{4}{1}\right) + 6 - 11 \\ & = 4 + 6 - 11 \\ & = -1 \end{aligned}$$

a. $\frac{x^2}{y} + 2xy + 5 =$

b. $\frac{x^2}{y} + 3xy + 11 =$

c. $\frac{x^2}{y^2} - 3xy - 7 =$

d. $\frac{x^2}{y^2} - 2xy - 3 =$

e. $\frac{x^2}{y} + 4xy + 10 =$

f. $\frac{x^3}{y^2} + 4xy + 2 =$

5. Evalueer elkeen van die volgende algebraïese uitdrukkings vir die aangeduide waardes van die veranderlikes: $x = 2$, $y = 1$ en $z = -3$

Voorbeeld: as $x = 2$, $y = 1$, $z = -3$
dan is $xyz - x^3 - y^3 + z^3$
 $= (2)(1)(-3) - (2)^2 - (1)^3 + (-3)^3$
 $= -6 - 4 - 1 - 27$
 $= -38$

a. $xyz + x^2 + y^2 + 2^3 =$

b. $xyz + x^3 - y^2 - 2^3 =$

c. $xyz - x^3 - y^3 + 2^2 =$

d. $x^2yz^3 - x^2 + y^2 - 2^2 =$

e. $xyz + x^3 + y^3 - 2^3 =$

f. $xyz - x^2 - y^2 + 2^2 =$

Probleemoplossing

Verduidelik in jou eie woorde wat dit beteken om 'n algebraïese uitdrukking vir die aangeduide waardes te evalueer. Jy kan van 'n voorbeeld gebruik maak om dit te verduidelik.

Brei uit: $2x(x + 3)$
 $= 2x^2 + 6x$

$2x$	x	3
	$2x^2$	$6x$

Faktoriseer: $2x^2 + 6x$
 $= 2x(x + 3)$

Faktoriseer: $a - 4b$
 $= 1(a - 4b)$

Faktoriseer: $4b - a$
 $= -1(a - 4b)$

Faktorisering is die omgekeerde van die uitbreiding van 'n uitdrukking deur middel van vermenigvuldiging.

Let op dat 1 en -1 gemeenskaplike faktore van elke uitdrukking is.

1. Vermenigvuldig 'n monoom met 'n binoom en faktoriseer jou antwoord.

Voorbeeld: Brei uit: $2x(x + 3)$
 $= 2x^2 + 6x$

Faktoriseer: $2x^2 + 6x$
 $= 2x(x + 3)$

a. $2(x - 3)$

b. $4x(x - 1)$

c. $x(y + 1)$

d. $p(q + 3)$

e. $2a(a + 1)$

f. $abc(ab - abc)$

2. Faktoreer die volgende (begin altyd deur na 'n gemeenskaplike faktor te soek – moenie 1 of -1 vergeet nie) en skryf dit in alfabetiese volgorde:

Voorbeeld: Faktoreer: $a - 4b$
 $= 1(a - 4b)$

Faktoreer: $4b - a$
 $= -1(a - 4b)$

a. $y - x^2 =$

b. $2x^2 - c =$

c. $-x^2 + 1 =$

d. $p^2q^2 - n =$

Probleemoplossing

Brei die volgende uit en bewys jou antwoord deur faktorisering te gebruik. $2(p^3 + 8p^2 - 5p)$

Onthou: Faktorisering is die omgekeerde van uitbreiding.

Hersiening van faktorisering:

Soek na die grootste getal waardeur alle terme gedeel kan word en wees op die uitkyk na enige gemeenskaplike faktore.

$$12x + 20xy$$

$$= 4x(3 + 5y)$$

Dit is omdat $4x$ die grootste faktor van sowel $12x$ as $20xy$ is.

Om te faktoriseer, moet jy die uitdrukkings oorskryf as faktore wat saam vermenigvuldig word.

Kontroleer dit deur jou antwoord uit te brei.

$$4x(3 - 5y)$$

$$= 12x + 20xy$$

1. Faktoriseer.

Voorbeeld: $6a^4 - 4a^2$
 $= 2a^2(3a^2 - 2)$

Kontroleer jou antwoord deur te maal:
 $2a^2(3a^2 - 2)$
 $= 2a^2 \times 3a^2 + 2a^2(-2) = 6a^4 - 4a^2$

a. $8y^4 - 4y^2$

b. $10a^4 - 6a^2$

c. $18x^4 - 36x^2$

d. $12m^4 - 15m^2$

2. Faktoriseer (groepeer terme saam).

Voorbeeld: $ax - bx + 2a - 2b$
 $= x(a - b) + 2(a - b)$
 $= (a - b)(x + 2)$

Kontroleer jou antwoord:
 $(a - b)(x + 2)$
 $= ax - bx + 2a - 2b$

a. $bx - cx + 3b - 3c =$

b. $cd - ce + 2d - 2e =$

c. $cy - dy + 2c - 2d =$

d. $mx - my + 5x - 5y =$

3. Faktoriseer (groepeer terme saam).

Voorbeeld: $2x(a - b) - 3(a - b)$
 $= (a - b)(2x - 3)$

Kontroleer jou antwoord: en
 $(a - b)(2x - 3)$
 $= 2ax - 3a - 2bx + 3b$

$2x(a - b) - 3(a - b)$
 $= 2ax - 2bx - 3a + 3b$

a. $3x(m - n) - 2(-n + m) =$

b. $3q(d - e) - 1(-e + d) =$

c. $2a(x - y) - 5(-y + x) =$

d. $2d(a - c) - 3(-c + a) =$

4. Faktoriseer. (Onthou om eers na 'n gemeenskaplike faktor te soek.)

Voorbeeld: $2x(a - b) - 3(b - a)$
 $= 2x(a - b) - 3(-a + b)$
 $= 2x(a - b) + 3(a - b)$
 $= (a - b)(2x + 3)$

Kontroleer jou antwoord: en
 $(a - b)(2x + 3)$
 $= 2ax - 2bx + 3a - 3b$

$2x(a - b) - 3(b - a)$
 $= 2ax - 2bx - 3b + 3a$

a. $5d^2 + 20d + 2d + 8$

b. $3a^2bc - 4abc + 6a^2 + 8a$

c. $6b^4 - 2b^2 =$

d. $3m(p - q) - 3(-q + p) =$

5. Faktoriseer.

Voorbeeld: $(a + b)^2 - 5(a + b)$
 $= (a + b)[(a + b) - 5]$

a. $7(x^2 - xy) + (y - x) =$

b. $ab^2 - ac^2 =$

c. $121b^2 + 11b =$

d. $9(a^2 - ab) - 6(a - b) =$

Faktoriseer:

$am - bm + 2a - 2b$

$k(2k - 4m) + (7k - 14m)$

$4x^4 - 16y^2 =$

$mn - pn + 2m - 2p$

$4p(c - d) - 7(-d + c)$

Kyk na die voorbeelde. Beskryf wat daarin gebeur.

Voorbeeld 1:

$$25a^2 - 1$$

$$= (5a - 1)(5a + 1)$$

Voorbeeld 2:

$$a^4 - b^4$$

$$= (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$$

$$= (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$$

Voorbeeld 3:

$$3x^2 - 27$$

$$= 3(x^2 - 9)$$

$$= 3(x + 3)(x - 3)$$

Voorbeeld 4:

$$9(a + b)^2 - 1$$

$$= [3(a + b) - 1][3(a + b) + 1]$$

$$= [3a + 3b - 1][3a + 3b + 1]$$

1. Faktoriseer.

Voorbeeld: sien Voorbeeld 1 hierbo.

a. $36x^2 - 1$

b. $16y^2 - 1$

c. $64p^2 - 1$

d. $49m^2 - 1$

e. $100a^2 - 1$

f. $9q^2 - 1$

2. Faktoriseer.

Voorbeeld: sien Voorbeeld 2 hierbo.

a. $d^4 - g^4 =$

b. $x^{16} - y^{16} =$

c. $m^8 - m^8 =$

d. $p^4 - q^4 =$

e. $v^4 - w^4 =$

f. $s^8 - t^8 =$

3. Faktoriiseer.

Voorbeeld: Sien Voorbeeld 3 op die vorige bladsy.

a. $4x^2 - 64$

b. $2x^2 - 2$

c. $3x^2 - 39$

d. $7x^2 - 56$

e. $6x^2 - 42$

f. $9x^2 - 90$

4. Faktoriiseer.

Voorbeeld: Sien Voorbeeld 4 op die vorige bladsy.

a. $36(x + y)^2 - 4 =$

b. $4(m + n)^2 - 49 =$

c. $16(d + e)^2 - 81 =$

d. $25(o + p)^2 - 81 =$

e. $49(v + w)^2 - 16 =$

f. $(q + r)^2 - 16 =$

Probleemoplossing

Is 12 'n faktor van 48?

Is $3p^2$ 'n faktor van $6p^4$?

Is $12x^3y^2z^5$ 'n faktor van $24x^4y^5z^6$? Hoe weet jy dit?

As $-x^3 + 5x^2 - 4x + 5$ 'n polinoom is, wat is die gemeenskaplike faktor dan?

Faktoriseer nog algebraïese uitdrukings

1. Kyk na die voorbeelde. Bespreek dit.

Voorbeeld 1:

$$\frac{2x+6y}{x+3y}$$

$$= \frac{2(x+3y)}{(x+3y)}$$

$$= 2$$

Voorbeeld 2:

$$\frac{3x-3y}{6x-6y}$$

$$= \frac{3(x-y)}{6(x-y)}$$

$$= \frac{1}{2}$$

Voorbeeld 3:

$$\frac{9a^2-1}{3a+1}$$

$$= \frac{(3a-1)(3a+1)}{3a+1}$$

$$= 3a-1$$

1. Faktoriseer en vereenvoudig.

a. $\frac{3x+6y}{x+2y}$

b. $\frac{2x+8y}{x+4y}$

c. $\frac{2x+12y}{x+6y}$

d. $\frac{3x+9y}{x+3y}$

e. $\frac{2x+10y}{x+5y}$

f. $\frac{5x+10y}{x+2y}$

2. Faktoriseer en vereenvoudig.

Voorbeeld: Sien voorbeeld 1 hierbo.

a. $\frac{2x-2y}{5x-5y}$

b. $\frac{3x-3y}{9x-9y}$

c. $\frac{5x-5y}{10x-10y}$

d. $\frac{4x-4y}{8x-8y}$

e. $\frac{2x-2y}{6x-6y}$

f. $\frac{4x-4y}{12x-12y}$

3. Faktoriseer.

Voorbeeld: Sien Voorbeeld 4 op die vorige bladsy.

a. $\frac{81a^2-1}{9a+1}$

b. $\frac{36a^2-1}{6a+1}$

c. $\frac{16a^2-1}{4a-1}$

d. $\frac{121a^2-1}{11a+1}$

e. $\frac{25a^2-1}{5a+1}$

f. $\frac{100a^2-1}{10a-1}$

Probleemoplossing

Faktoriseer:

a. $\frac{25x+25y}{30x+30y}$

b. $\frac{7a-7b}{14a-14b}$

c. $\frac{4x+28y}{x+7y}$

d. $\frac{256a^2-1}{16a+1}$

e. $\frac{27x-27y}{81x-81y}$

f. $\frac{12x-108y}{x-9y}$

g. $\frac{225a^2-1}{15a+1}$

h. $\frac{169a^2+1}{13a+1}$

i. $\frac{8x+56y}{x+7y}$

j. $\frac{16x-16y}{42x-42y}$

Faktoriseer selfs nog meer algebraïese uitdrukkings

Hersien:

$$\begin{aligned}
 &x^2 + 5x + 6 \\
 &= x^2 + 5x + 6 \\
 &= (x + 3)(x + 2)
 \end{aligned}$$

Albei bewerkings is positief.

$3 + 2 = 5$

$3 \times 2 = 6$

	(x + 3)	
x	x ²	3x
+		
2	2x	6

$$\begin{aligned}
 &x^2 - 5x + 6 \\
 &= (x - 3)(x - 2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &x^2 - x - 6 \\
 &= (x - 3)(x + 2)
 \end{aligned}$$

	(x - 2)	
x	x ²	-2x
-		
3	-3x	6

	(x + 2)	
x	x ²	2x
-		
3	-3x	-6

1. Faktoriseer:

Voorbeeld: $x^2 + 5x + 6$
 $= (x + 3)(x + 2)$

	(x + 3)	
x	x ²	3x
+		
2	2x	6

a. $x^2 + 3x + 2$

b. $x^2 + 4x + 3$

c. $x^2 + 6x + 5$

d. $x^2 + 8x + 12$

e. $x^2 + 4x + 4$

f. $x^2 + 12x + 20$

2. Faktoriiseer:

Voorbeeld: $x^2 - 5x + 6$
 $= (x - 3)(x - 2)$

	$(x - 3)$	
	x^2	$-2x$
-		
3	$-3x$	6

a. $x^2 - 6x + 9$

b. $x^2 - 4x + 3$

c. $x^2 - 6x + 8$

d. $x^2 - 9x + 8$

e. $x^2 - 12x + 20$

f. $x^2 - 7x + 6$

3. Faktoriiseer:

Voorbeeld: $x^2 - x - 6$
 $= (x - 3)(x + 2)$

	$(x + 2)$	
	x^2	$2x$
-		
3	$-3x$	-6

a. $x^2 - x - 12$

b. $x^2 - 3x - 10$

c. $x^2 - x - 2$

d. $x^2 - 2x - 24$

e. $x^2 - 2x - 15$

f. $x^2 - 2x - 8$

Probleemoplossing

Faktoriiseer

$x^2 + 15x + 56$

$x^2 + 14x + 48$

$x^2 + 13x + 42$

$x^2 + 13x + 42$

$x^2 + 13x + 40$

$x^2 - 2x - 45$

$x^2 - x + 132$

$x^2 - 16x + 63$

$x^2 - 10x - 24$

$x^2 - x - 72$

Kyk na die voorbeelde. Bespreek dit.

Voorbeeld 1:

$$-2x = 8$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{8}{-2}$$

$$x = -4$$

Voorbeeld 2:

$$3x + 1 = 7$$

$$3x + 1 - 1 = 7 - 1$$

$$3x = 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

1. Los vir x op:

Voorbeeld: $x - 3 = 4$
 $x - 3 + 3 = 4 + 3$
 $x = 7$

a. $x - 4 = 7$

b. $x - 4 = 9$

c. $x - 4 = 15$

d. $x - 3 = 8$

e. $x - 2 = 12$

f. $x - 5 = 9$

2. Los vir x op:

Voorbeeld: $-6x = -12$
 $\frac{-6x}{-6} = \frac{-12}{-6}$
 $x = 2$

a. $-4x = -16$

b. $-x = -15$

c. $-7x = -28$

d. $-3x = -9$

e. $-3x = -21$

f. $-9x = -90$

g. $-3x = -18$

h. $-2x = -30$

i. $-5x = -25$

3. Los vir x op:**Voorbeeld:**

$4x - 3 = 9$

$4x - 3 + 3 = 9 + 3$

$4x = 12$

$\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$

$x = 3$

a. $4x - 4 = 4$

b. $2x - 15 = 1$

c. $8x - 8 = 8$

d. $2x - 15 = 1$

e. $5x - 10 = 10$

f. $12x - 9 = 27$

g. $6x - 15 = 15$

h. $7x - 5 = 9$

i. $2x - 3 = 3$

Probleemoplossing

Skryf 'n vergelyking vir elkeen en los dit op.

Gugu is nege jaar ouer as Sam. Gugu sal binne drie jaar twee keer so oud as Sam wees. Hoe oud is Gugu nou?

Pieter het vyf rekenaarspeletjies. Sara het twee keer soveel as Pieter. Thoko het twee speletjies meer as Sara en Pieter saam. Hoeveel speletjies het Thoko?

Thapelo het ses lekkers meer as Palesa. Hulle het altesaam 24 lekkers. Hoeveel lekkers het Palesa?

Melissa begin om geld in haar spaarvarkie te spaar. Sy begin met R5 in Januarie en spaar dubbel die bedrag in elke daaropvolgende maand. Hoeveel geld het sy ná ses maande gespaar?

Kyk na die voorbeeld. Bespreek dit.

Los vir x op:

$$x^2 - 3x = 0$$

$x(x - 3) = 0$ (maak seker dat die regterkant nul is en faktoriseer dan die linkerkant)

$x = 0$ of $x - 3 = 0$ (minstens een van die faktore = 0)

Dus $x = 0$ of $x = 3$ (tel 3 beide kante by om $x - 3 = 0$ op te los)

1. Los vir x op:

Voorbeeld: $x^2 + 4x = 0$
 $x(x + 4) = 0$
 $x = 0$ of $x + 4 = 0$
 $x = 0$ of $x = -4$

a. $a^2 + 8a = 0$

b. $t^2 + 9t = 0$

c. $x^2 + 7x = 0$

d. $x^2 + 5x = 0$

e. $q^2 + 12q = 0$

f. $q^2 + 10p = 0$

g. $b^2 + 6b = 0$

h. $m^2 + 2m = 0$

i. $s^2 + 4s = 0$

j. $y^2 + 2y = 0$

2. Los vir x op:

Voorbeeld: $2x^2 + 4x = 0$
 $2x(x + 2) = 0$
 $2x = 0$ of $x + 2 = 0$
 $\frac{2x}{2} = \frac{0}{2}$ of $x + 2 - 2 = -2$
 $\therefore x = 0$ of $x = -2$

a. $5x^2 + 10x = 0$

b. $2a^2 + 2a = 0$

c. $12p^2 + 24p = 0$

d. $6a^2 + 12a = 0$

e. $8b^2 + 8b = 0$

f. $7x^2 + 28x = 0$

g. $3x^2 + 9x = 0$

h. $4x^2 + 12x = 0$

i. $9b^2 + 27b = 0$

j. $2x^2 + 8x = 0$

Hoe vinnig kan jy vir x oplos?

Doen die omgekeerde bewerking.

a. $9x^2 + 15x = 0$

b. $x^3 + x^2 = 0$

c. $x^2 - 121 = 0$

d. $12x^2 + 9x = 0$

e. $3x^2 - 27x = 0$

f. $x^2 - 4 = 0$

g. $x^2 - 11x = 0$

h. $4x^2 + 100x = 0$

i. $7x^2 + 49x = 0$

j. $5x^2 - 225x = 0$

Steeds nog meer algebraïese vergelykings

Kyk na die voorbeeld. Bespreek dit.

Los vir x op as $x^2 - 25 = 0$

Minstens een faktor = 0

$$(x + 5)(x - 5) = 0$$

[Faktoriseer die verskil van twee vierkante aan die linkerkant.]

Tel -5 by aan albei kante van die vergelyking.

$$x + 5 = 0 \text{ of } x - 5 = 0$$

Tel 5 by aan albei kante van die vergelyking.

Dus $x = -5$ of $x = 5$

1. Los vir x op:

Voorbeeld: Los vir x op as $x^2 - 16 = 0$

$$(x + 4)(x - 4) = 0$$

$$x = -4 \text{ of } x = 4$$

a. $x^2 - 9 = 0$

b. $x^2 - 36 = 0$

c. $x^2 - 25 = 0$

d. $x^2 - 169 = 0$

e. $x^2 - 4 = 0$

f. $x^2 - 100 = 0$

g. $x^2 - 64 = 0$

h. $x^2 - 144 = 0$

i. $x^2 - 16 = 0$

j. $x^2 - 225 = 0$

2. Los vir x op: $x^2 - 6,25 = 0$



3. Brei uit:

Voorbeeld: $(x + 4)(x - 4) = 0$
 $x^2 - 16 = 0$

a. $(x + 2)(x - 2) = 0$

b. $(x + 7)(x - 7) = 0$

c. $(x + 5)(x - 5) = 0$

d. $(x + 9)(x - 9) = 0$

e. $(x + 3)(x - 3) = 0$

f. $(x + 8)(x - 8) = 0$

g. $(x + 11)(x - 11) = 0$

h. $(x + 12)(x - 12) = 0$

i. $(x + 10)(x - 10) = 0$

j. $(x + 14)(x - 14) = 0$

4. Bereken: $(x + 1,2)(x - 1,2) = 0$

Hoe vinnig kan jy dit oplos?

Los vir x op as $x^2 - 16 = 0$

$x^2 - 1 = 0$

$x^2 - 16 = 0$

$x^2 - 400 = 0$

$x^2 - 81 = 0$

$x^2 - 256 = 0$



Kyk na die voorbeeld. Bespreek dit.

'n Reghoekige prisma met die volgende afmetings:

$$\text{Breedte} = (x - 1) \text{ cm}$$

$$\text{Lengte} = (2x) \text{ cm}$$

$$\text{Hoogte} = (2x + 2) \text{ cm}$$



Volume = lengte x breedte x hoogte

$$l \times b \times h$$

$$= (2x) \text{ cm} \times (x - 1) \text{ cm} \times (2x + 2) \text{ cm}$$

$$= (2x)(x - 1) \times (2x + 2) \text{ cm}^3$$

$$= (2x^2 - 2x) \times (2x + 2) \text{ cm}^3$$

$$= 4x^3 + 4x^2 - 4x^2 - 4x \text{ cm}^3$$

$$= 4x^3 + 4x \text{ cm}^3$$

1. Bepaal die volume van hierdie prisma deur die formule daarvoor te gebruik.

a. $l = 4x \text{ cm}$

$$b = 4x \text{ cm}$$

$$h = 5x \text{ cm}$$

b. $l = 3x \text{ cm}$

$$b = x + 3 \text{ cm}$$

$$h = x + 1 \text{ cm}$$

c. $l = 2x + 2 \text{ cm}$

$$b = x + 3 \text{ cm}$$

$$h = x \text{ cm}$$

d. $l = 4x \text{ cm}$

$$b = x + 2 \text{ cm}$$

$$h = 3x + 1 \text{ cm}$$

e. $l = 4x \text{ cm}$

$$b = x + c$$

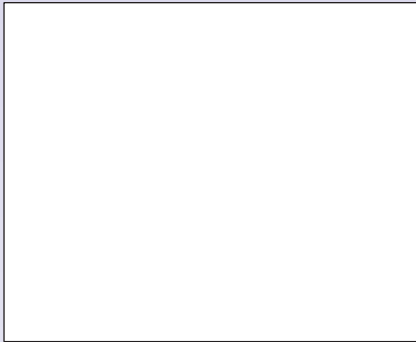
$$h = x + 2 \text{ cm}$$

f. $l = 2x \text{ cm}$

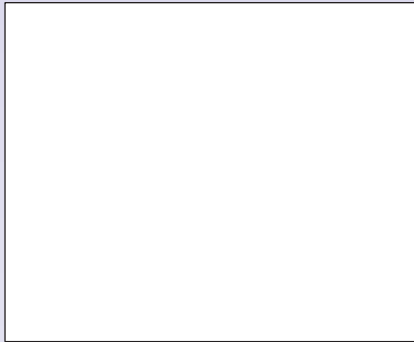
$$b = 2x + 3 \text{ cm}$$

$$h = 3x + 1 \text{ cm}$$

g. $l = 8x$ cm
 $b = 5x$ cm
 $h = 10x$ cm



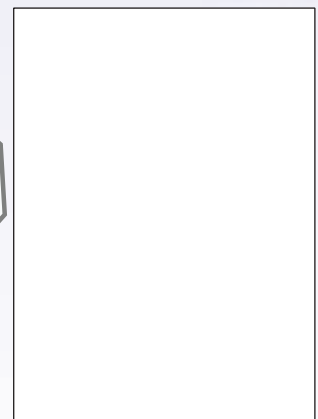
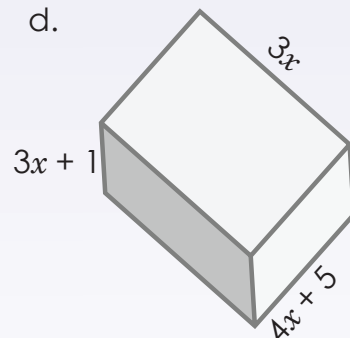
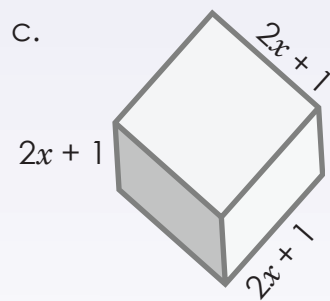
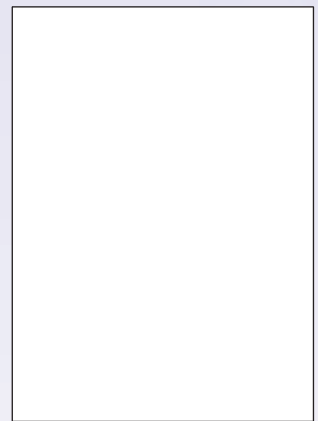
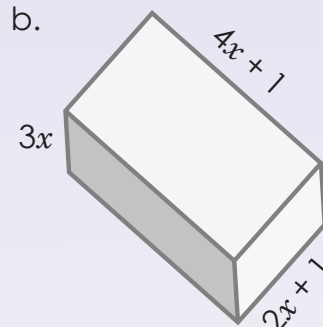
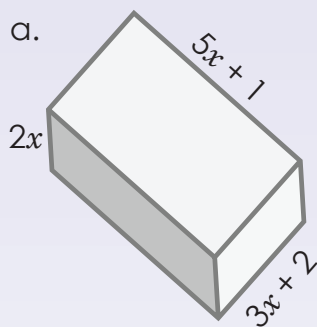
h. $l = (3x + 2)$ cm
 $b = (4x + 1)$ cm
 $h = 5x$ cm



i. $l = (3x + 4)$ cm
 $b = (2x + 3)$ cm
 $h = 5x$ cm



2. Bereken die volume van hierdie prisma's in terme van x .



Probleemoplossing

Kyk in die klaskamer of by jou huis rond en skep jou eie probleemsonne deur items soos kartondose en reghoekige prismahouers (sneesdoekiedose, kosblikke, potloodsakkies, ens) te meet. As $x = 3$, bereken die werklike volumes in vraag 2.

Kyk na die voorbeelde. Bespreek dit.

$y = 2x^2 + 4x + 3$. Bereken y as $x = -2$:

$$\begin{aligned} y &= 2(-2)^2 + 4(-2) + 3 \\ \text{of} \\ &= 8 - 8 + 3 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2x(x + 2) + 3 \\ &= 2(-2)(-2 + 2) + 3 \\ &= 2(-2)(0) + 3 \\ &= 0 + 3 \\ &= 3 \end{aligned}$$

1. Bereken y deur albei metodes te gebruik.

Voorbeeld: $y = 3x^2 + 6x + 2$

As $x = -1$

$$y = 3(-1)^2 + 6(-1) + 2$$

$$= 3 - 6 + 2$$

$$= -1$$

of

$$y = 3x(x + 2) + 2$$

$$= 3(-1)(-1 + 2) + 2$$

$$= 3(-1)(1) + 2$$

$$= -3 + 2$$

$$= -1$$

Vervang met $x = -1$ en bereken die waarde van y .

a. $y = 2x^2 + 8x + 3$

b. $y = 7x^2 + 14x + 1$

c. $y = 2b^2 + 4b + 5$

b. $y = 3x^2 + 9x + 5$

e. $y = 3x^2 + 6x + 5$

f. $y = 6x^2 + 12x + 4$

g. $y = 5x^2 + 10x + 2$

h. $y = 4a^2 + 8a + 2$

i. $y = 3n^2 + 6n + 3$

j. $y = 2x^2 + 6x + 5$

Probleemoplossing

Vervang die veranderlike met die gegewe waarde en bereken.

$y = x^2 + 5x + 3; x = -2$

$y = 4x^2 + 10x + 15; x = 3$

$y = 2x^2 + 7x - 14; x = 3$

$y = x^2 + 9x - 7; x = 4$

$y = 5x^2 + 6x + 12; x = -6$

Lees en bespreek die volgende voordat jy die probleme oplos. Probeer om dit te verstaan en dit nie net te memoriseer nie.

Ja, jy moet soms formules en metodes memoriseer, maar dan moet jy seker maak dat jy aan jousef en aan ander leerders kan verduidelik hoe dit werk.

As jy vashaak terwyl jy probeer om 'n vergelyking op te los, probeer dan om die probleem vanuit 'n ander oogpunt te beskou. Is daar 'n ander manier om na die probleem te kyk? Is daar 'n ander manier om dit te doen? Kan jy 'n gedeelte van die probleem eers oplos?

As jy byvoorbeeld moet demonstreeer of 'n uitdrukking positief of negatief is, en jy kan dit nie algebraïes doen nie, kan 'n grafiese metode jou moontlik help.

1. Skryf 'n vergelyking vir elkeen van die volgende neer en los dit op.

- a. 331 leerders gaan op 'n skooluitstappie. Die leerders word in ses busse vervoer, maar sewe leerders ry in motors saam. Hoeveel leerders is daar in elke bus?

- b. Bongwiwe het R24 om sewe potlode te koop. Nadat sy die potlode gekoop het, het sy R10 oor. Hoeveel het elke potlood gekos?

c. Die som van drie opeenvolgende getalle is 72. Wat is die kleinste van hierdie getalle?

d. Die som van drie opeenvolgende ewe getalle is 48. Wat is die kleinste van hierdie getalle?

e. Jy koop 'n tydskrif vir R5 en ook vier uitveërs. Jy gee altesaam R25 uit. Hoeveel het elke uitveër gekos?

vervolg 



- f. Suzanne het baie kartondose. Sy koop nog sewe dose. 'n Week later word die helfte van al haar kartondose beskadig. Daar is net 22 heel dose oor. Met hoeveel kartondose het sy begin?

- g. Riana gee die helfte van haar maandelikse toelae aan selfoonlugtyd uit. Om haar te help om meer geld te verdien, laat haar ouers haar toe om hul motor vir R40 te was en dit te stofsuiig. Wat is haar maandelikse toelae as sy R120 oorhou?

- h. Rebekka het 'n klompie lekkers om aan haar vier maats te gee. Sy neem eers 10 lekkers vir haarself en verdeel dan die res gelykop tussen haar maats. Elke maat kry twee lekkers. Met hoeveel lekkers het sy begin?

i. Hoe oud is ek as 400 minus twee maal my ouderdom 244 is?

j. Mpho verkoop die helfte van haar boeke en koop dan nog 16. Sy het nou 36 boeke. Met hoeveel boeke het sy begin?

k. Op 'n skooluitstappie was daar nege busse vol leerders, terwyl vier leerders in motors saamgery het. Hoeveel leerders was daar in elke bus as 472 leerders die uitstappie onderneem het?

Probleemoplossing

Skryf vyf van jou eie probleme neer en los dit op. Skryf die reël neer waarvolgens jou probleme opgelos kan word.



Kyk na die voorbeeld. Bespreek dit.

Voorbeeld: Voltooi die tabel hierna vir x - en y -waardes vir die vergelyking: $y = 2x^2 - 3$

x	-2	-1	0	1	2
y	5	-1	-3	-1	5

$$\begin{aligned} y &= 2(-2)^2 - 3 \\ &= 2(4) - 3 \\ &= 8 - 3 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2(-1)^2 - 3 \\ &= 2(1) - 3 \\ &= 2 - 3 \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2(0)^2 - 3 \\ &= 0 - 3 \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2(1)^2 - 3 \\ &= 2 - 3 \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2(2)^2 - 3 \\ &= 8 - 3 \\ &= 5 \end{aligned}$$

1. Voltooi die tabel hierna vir x - en y -waardes vir die vergelyking:

a. $y = 3x^2 - 4$

x	-2	-1	0	1	2
y					

b. $y = 4x^2 - 3$

x	-2	-1	0	1	2
y					

c. $y = 2x^2 - 1$

x	-2	-1	0	1	2
y					

d. $y = 5x^2 - 7$

x	-2	-1	0	1	2
y					

e. $y = 5x^2 - 3$

x	-2	-1	0	1	2
y					

f. $y = 2x^2 - 2$

x	-2	-1	0	1	2
y					

g. $y = 3x^2 - 6$

x	-2	-1	0	1	2
y					

h. $y = 4x^2 - 2$

x	-2	-1	0	1	2
y					

i. $y = 2x^2 - 6$

x	-2	-1	0	1	2
y					

2. Voltooi die tabel hierna vir x - en y -waardes vir die vergelyking:

Voorbeeld: $y = x^2 - 2$

x	-3	-2	0	1	3
y	7	2	-2	-1	7

$$y = (-3)^2 - 2$$

$$= 9 - 2$$

$$= 7$$

$$y = (-2)^2 - 2$$

$$= 4 - 2$$

$$= 2$$

$$y = (0)^2 - 2$$

$$= 0 - 2$$

$$= -2$$

$$-1 = x^2 - 2$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1$$

$$7 = x^2 - 2$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3$$

a. $y = x^2 - 3$

x	-5	-3	0		
y				1	13

b. $y = x^2 - 10$

x	-4	-2	0		
y				15	26

c. $y = x^2 - 4$

x	-7	-5	0		
y				21	96

d. $y = x^2 - 1$

x	-2	-1	0		
y				48	63

e. $y = x^2 - 7$

x	-2	-1	0		
y				74	93

f. $y = x^2 - 9$

x	-2	-1	0		
y				16	27

g. $y = x^2 - 5$

x	-2	-1	0		
y				-1	4

h. $y = x^2 - 8$

x	-2	-1	0		
y				-4	8

i. $y = x^2 - 6$

x	-2	-1	0		
y				-5	3

Nog vergelykings ...

Kies jou eie waardes vir die veranderlikes. Trek tabelle en los vir y op.

$$y = 3x^2 - 4$$

$$y = 2x^2 - 6$$

$$y = 5p^2 - 10$$

$$y = 6x^2 - 5$$

$$y = q^2 - 1$$

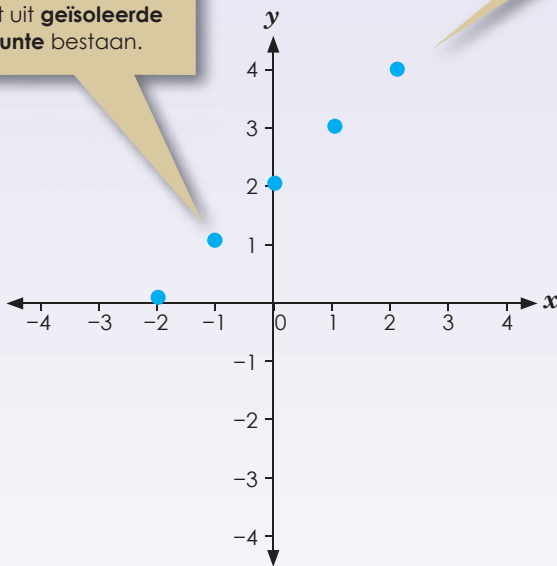
'n **Lineêre vergelyking** is 'n vergelyking met een of meer veranderlikes wat deur 'n reguitlyn op 'n grafiek voorgestel kan word. Die vergelyking word nooit gekwadreer of as vierkantswortel geskryf nie. Voorbeeld: $y = x + 2$.

x	$y = x + 2$	Geordende paar	Kies 'n paar waardes vir x .
-2	$-2 + 2 = 0$	$(-2, 0)$	
-1	$-1 + 2 = 1$	$(-1, 1)$	
0	$0 + 2 = 2$	$(0, 2)$	
1	$1 + 2 = 3$	$(1, 3)$	
2	$2 + 2 = 4$	$(2, 4)$	

Hierdie is 'n

diskrete funksie

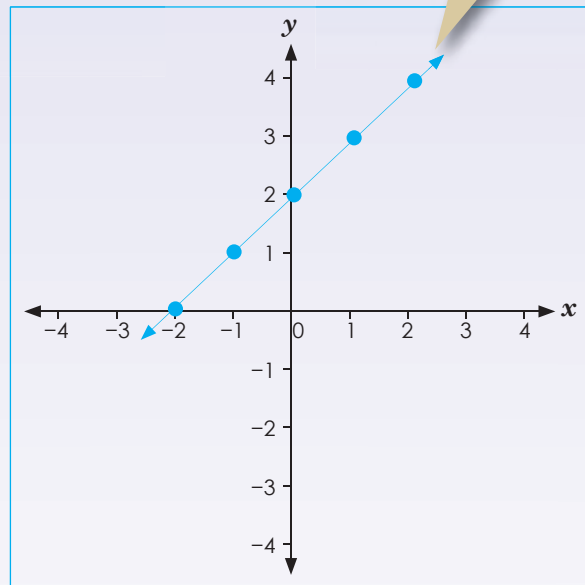
wat uit **geïsoleerde punte** bestaan.



Stip nou hierdie gekose punte op die assestelsel.

Wanneer jy 'n lyn deur al die punte trek en die lyn in albei rigtings verleng, kry jy 'n

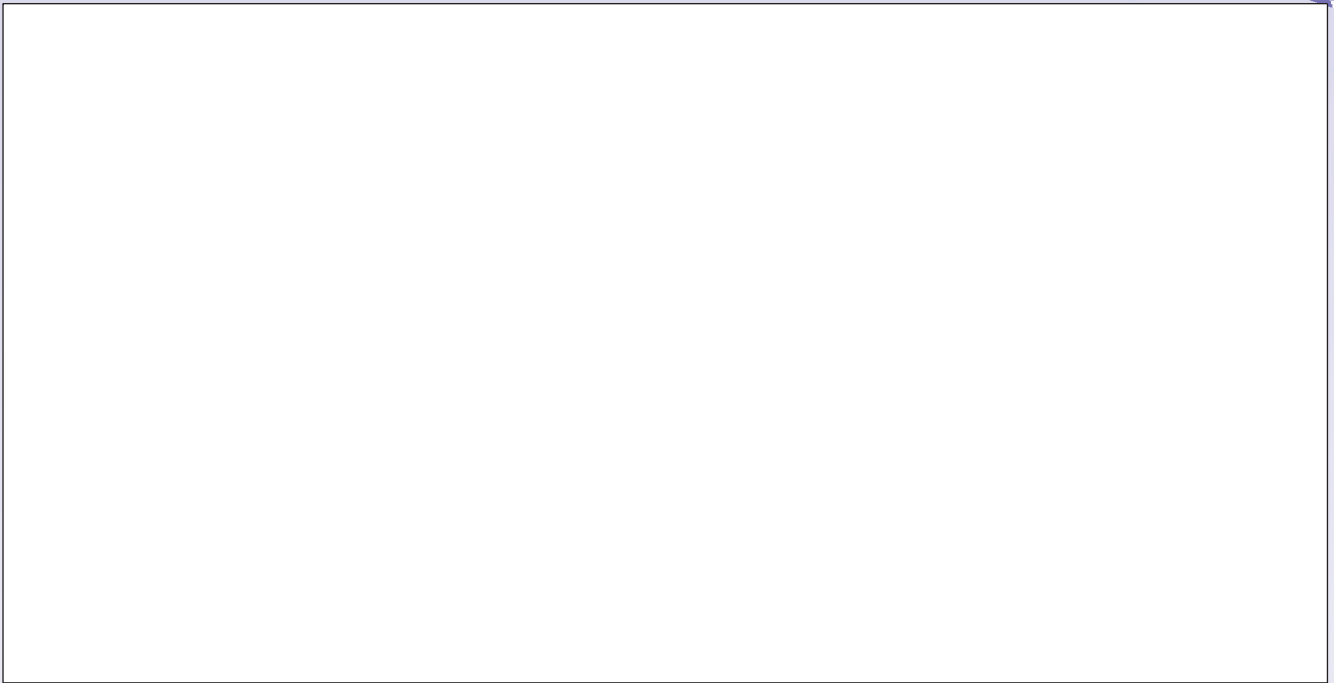
kontinue funksie.



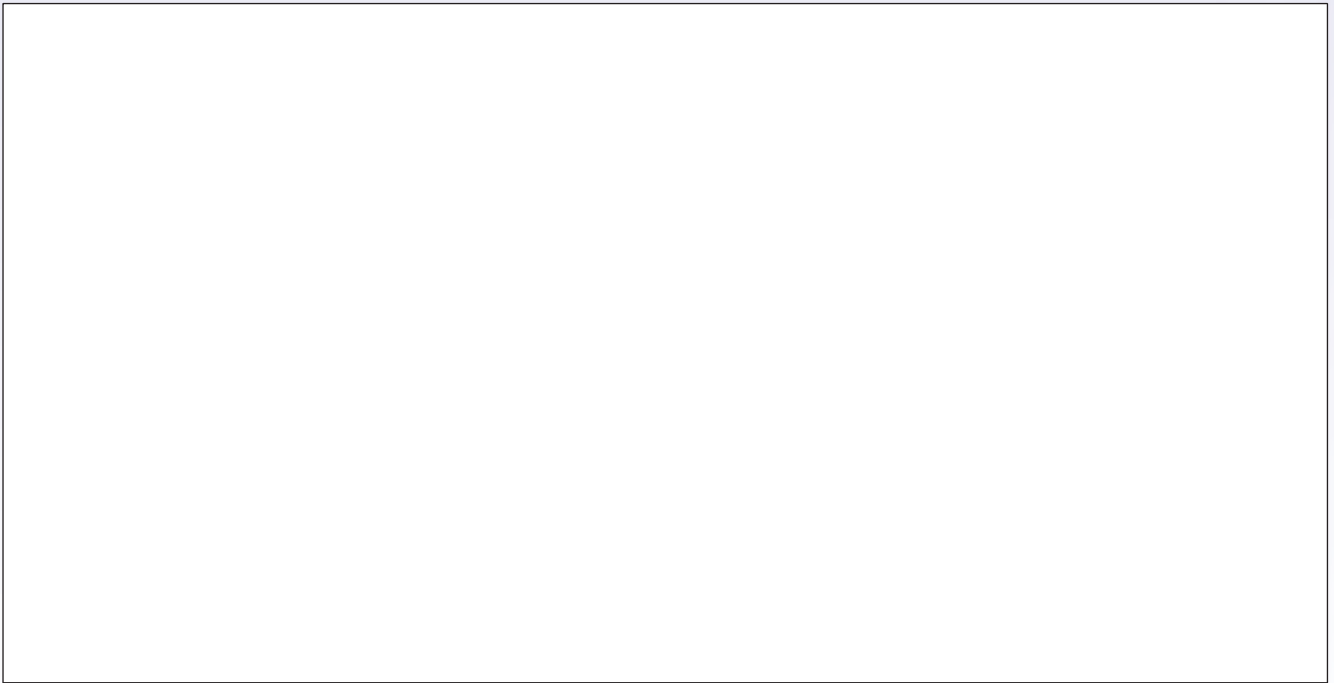
1. Beantwoord die volgende vrae:

a. Wat beteken lineêr?

b. Is $y = x + 3$ lineêr of nie-lineêr? Teken dit.



c. Is $y = x^2 + 2$ lineêr of nie-lineêr? Teken dit.



d. Vergelyk jou antwoorde in b en c. Maak eksponente 'n vergelyking lineêr of nie-lineêr?

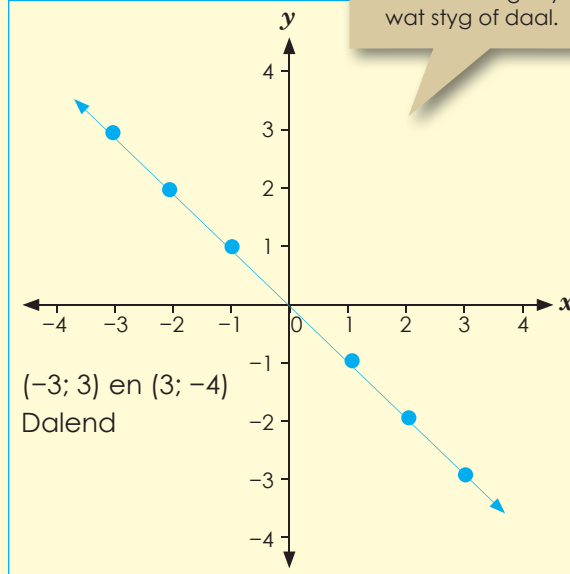
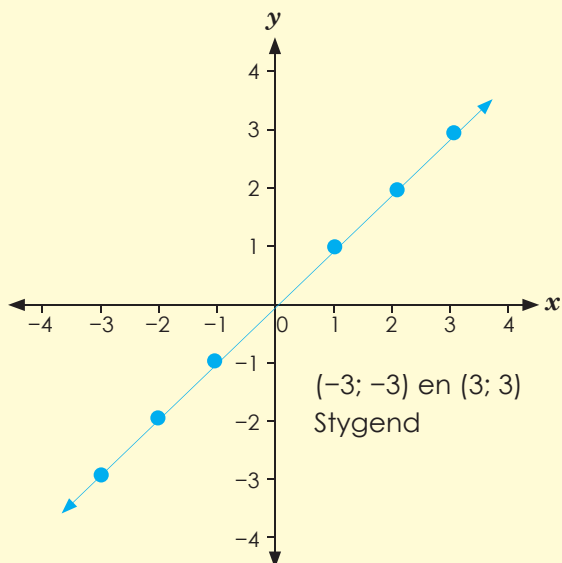


vervolg 



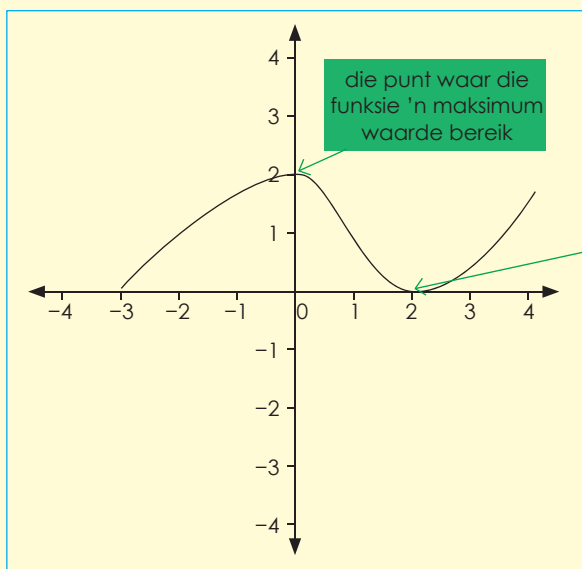
Kyk na die voorbeelde. Bespreek dit.

Voorbeeld:



'n Lineêre grafiek

beteken 'n reguitlyn
wat styg of daal.

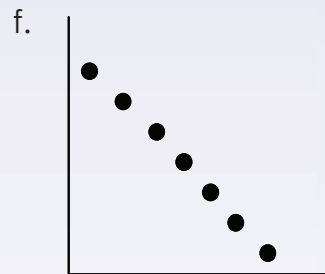
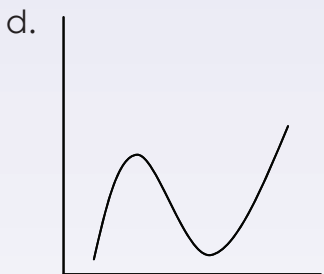
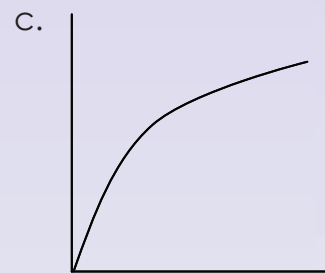
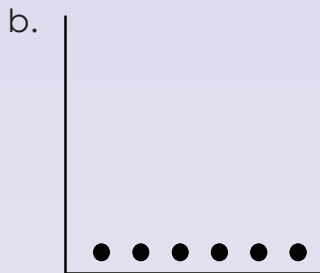
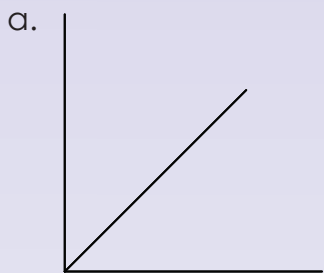


As 'n grafiek in 'n
geboë lyn styg of
daal, is dit 'n

nielineêre grafiek.

'n Nielineêre grafiek
is nie 'n reglynige
grafiek nie.

2. Beskryf elke grafiek deur die woorde wat op hierdie werkblad in groen uitgelig is, te gebruik.

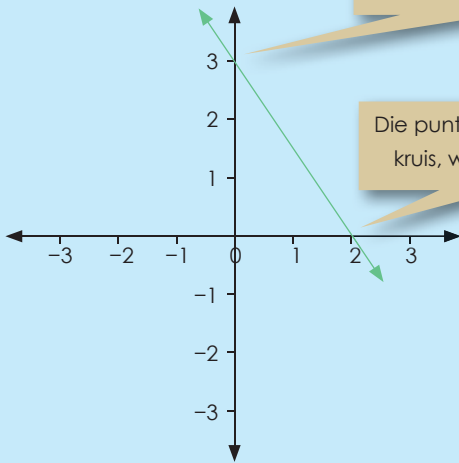


Probleemoplossing

Trek 'n grafiek wat vier van die kenmerke, wat in hierdie werkblad geleer is, insluit.

Lees en bespreek.

Die punt waarby die lyn die y -as kruis, word die **y-afsnit** genoem.



Die punt waarby die grafiek die x -as kruis, word die **x-afsnit** genoem.

Die y -afsnit is die punt op die grafiek waar die waarde van x nul is: **y -afsnit = $(0, y)$**

Die x -afsnit is die punt op die grafiek waar die waarde van die y nul is: **x -afsnit = $(x, 0)$**

Voorbeeld: Bepaal die x en y afsnitte van die grafiek van $y = 2x - 7$:

Om die y -afsnit te bepaal, vervang x met 0.

$$y = 2(0) - 7$$

$$y = -7$$

Om die x -afsnit te bepaal, vervang y met 0.

$$0 = 2x - 7$$

$$2x = 7$$

$$x = \frac{7}{2}$$

Die y -afsnit is by punt $(0, -7)$ en die x -afsnit is by punt $(\frac{7}{2}, 0)$

Dink terug:

TOE

Dink terug aan die tyd toe jy in die laerskool was: Jou werkblaai het stellings bevat soos

+ 3 = 4 en jy moes die raampie invul.

NOU

Nou kan jy sê " $x + 3 = 4$ "

Maak van funksienotasie gebruik:

Hierdie $y =$ vergelykings is **funksies**. $f(x)$ is die simbool vir 'n funksie wat 'n enkelveranderlike insluit (wat in hierdie geval x is).

Voorheen sou ons gesê het:

$$y = 2x + 5; \text{ los vir } y \text{ op as } x = -2.$$

Nou kan jy sê: $f(x) = 2x + 5$, bepaal $f(-2)$.

Voorbeeld: $f(x) = 2x + 5$, bepaal $f(-2)$

$$\begin{aligned} f(-2) &= 2(-2) + 5 \\ &= -4 + 5 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Kom ons gaan voort met x - en y -afsnitte.

Bepaal die x - en y -afsnitte van $y = f(x) = x^2 + x - 2$.

Om die x -afsnitte te bepaal, los ons die volgende op:

$$f(x) = x^2 + x - 2$$

$$0 = x^2 + x - 2$$

$$0 = (x + 2)(x - 1)$$

$$x = 1 \text{ of } x = -2$$

Dus is x -afsnitte $(1, 0)$ en $(-2, 0)$ en y -afsnitte $(0, -2)$.

Om die y -afsnitte te bepaal, vervang ons x met nul:

$$f(0) = (0)^2 + (0) - 2.$$

$$y = 0^2 + 0 - 2$$

$$y = -2$$

1. Bepaal die x - en y -afsnitte.

Voorbeeld: Om die y -afsnit te bepaal, vervang x deur 0. Om die x -afsnit te bepaal, vervang y deur 0.

$$y = 2(0) - 7$$

$$y = -7$$

$$0 = 2x - 7$$

$$2x = 7$$

$$x = \frac{7}{2} = 3.5$$

a. $y = 2x + 4$

b. $y = 2x + 7$

c. $y = 2x - 5$

d. $y = 3x - 6$

e. $y = -4x - 1$

f. $y = -3x - 2$

2. Bepaal die x - en y -afsnitte.

a. $y = x^2 + 2x + 1$

b. $y = x^2 + 3x - 2$

c. $y = x^2 + 4x - 2$

d. $y = x^2 + 5x - 4$

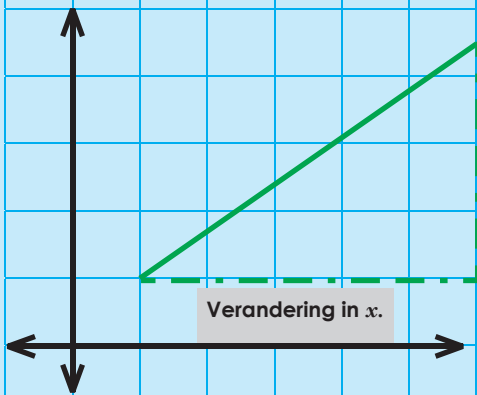
e. $y = x^2 - 2x - 1$

f. $y = x^2 - 4x + 3$

Probleemoplossing

As die x -afsnit 4 is, wat kan die y -afsnit dan wees?

Beweeg altyd van links na regs om hellings en styd/daal te bepaal



Verandering in y.

Verandering in x.

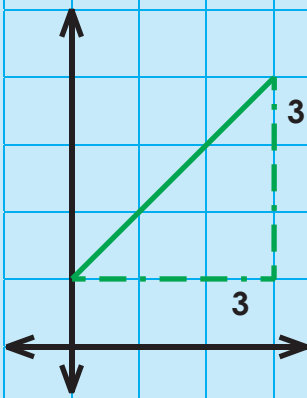
Verandering in hoogte.

Gradiënt: $\frac{\text{Verandering in y}}{\text{Verandering in x}}$

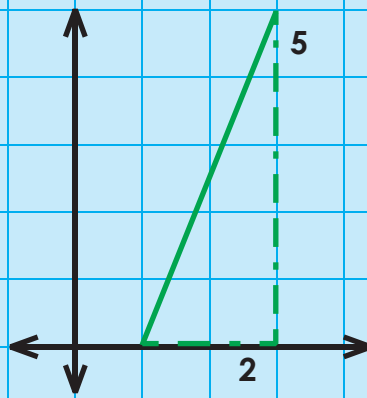
Verandering in horisontale afstand.

Wanneer van die linkerkant af begin word, met die lyn wat na regs boontoe beweeg, is dit 'n positiewe gradiënt.

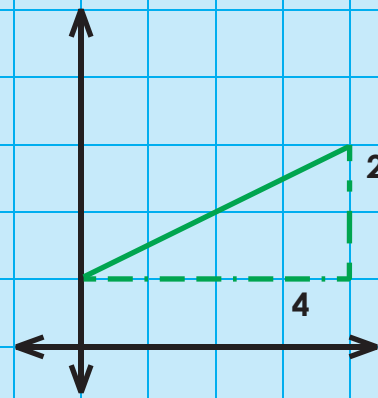
Kyk na hierdie voorbeelde:



Die gradiënt van die lyn is $\frac{3}{3} = 1$



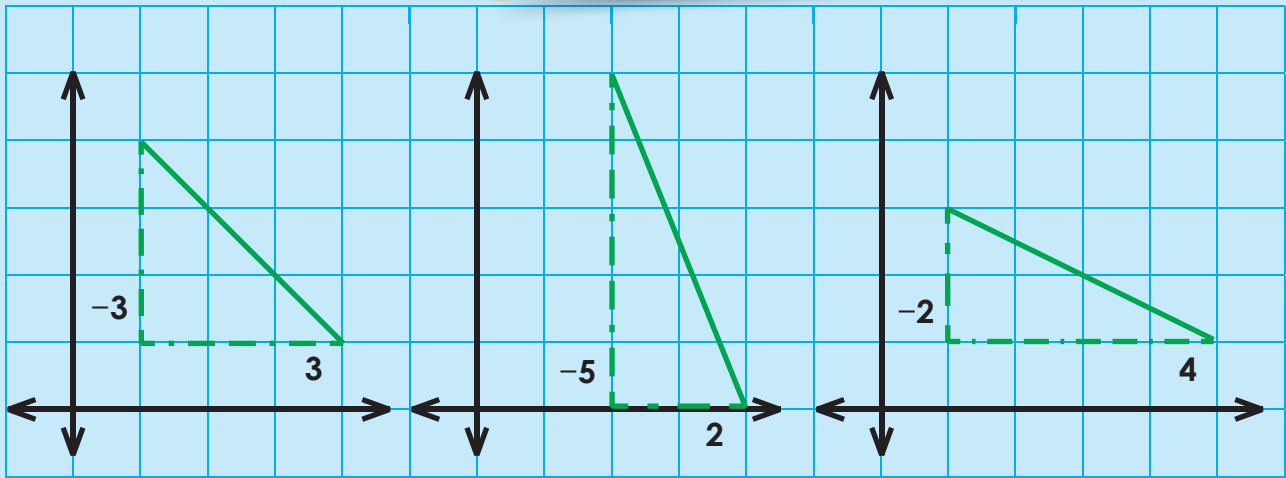
$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} = 2,5$
Die lyn is steiler, dus is die gradiënt groter.



$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$
Die lyn is minder steil, dus is die gradiënt kleiner.

Negatiewe gradiënt:

Wanneer van die linkerkant af begin word, met die lyn wat na regs ondertoe beweeg, is dit 'n **negatiewe** gradiënt.



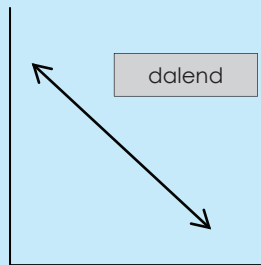
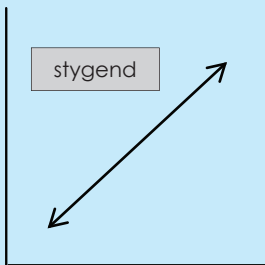
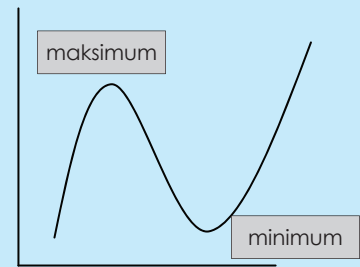
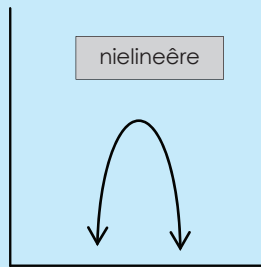
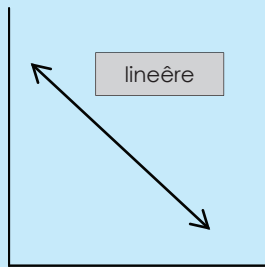
Die gradiënt is:

$$\frac{-3}{3}$$
$$= -1$$

$$\frac{-5}{2}$$
$$= -2\frac{1}{2}$$
$$= -2,5$$

$$\frac{-2}{4}$$
$$= -\frac{1}{2}$$
$$= -0,5$$

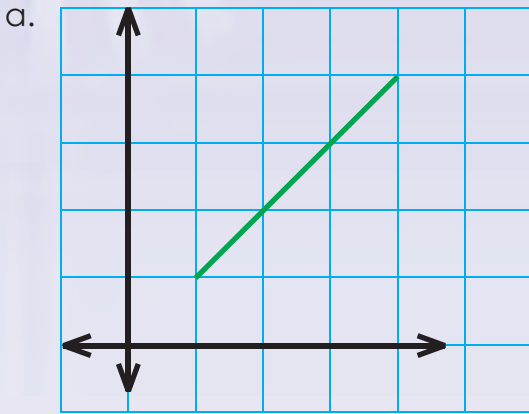
Onthou jy nog hierdie terme wat vir lineêre en nielineêre grafieke gebruik word?

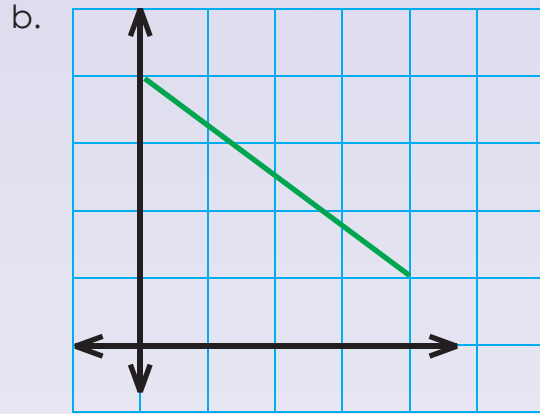


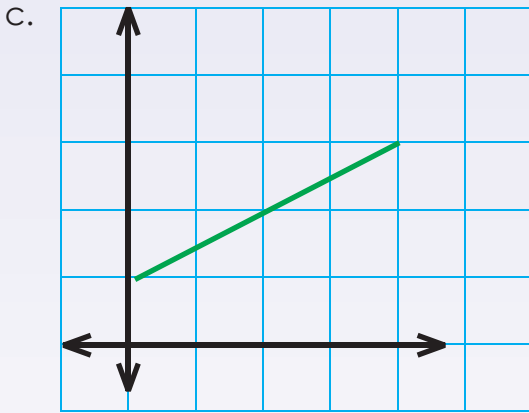
vervolg

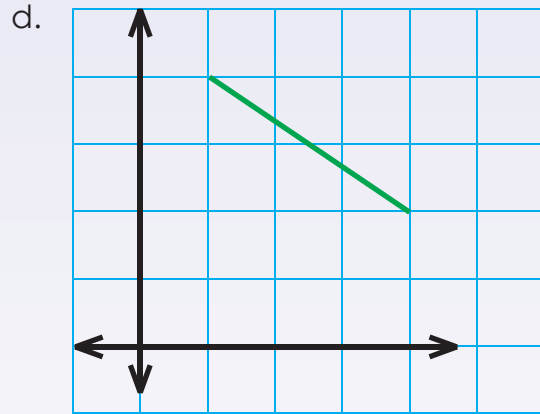
vervolg

1. Wat is die gradiënte van hierdie lyne?



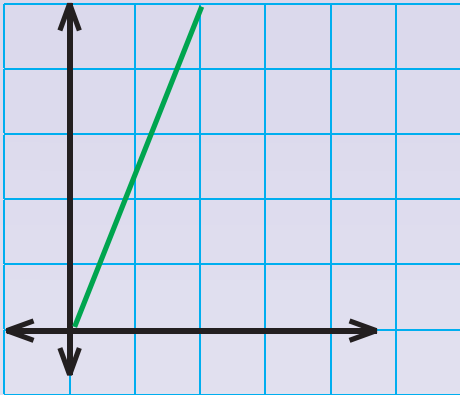




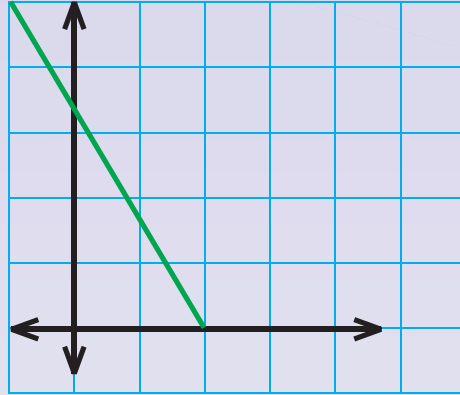


2. Wat is die gradiënte van hierdie lyne?

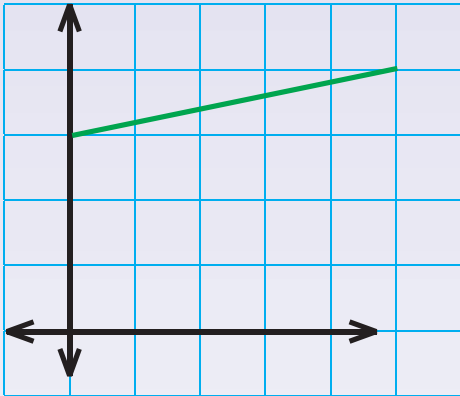
a.



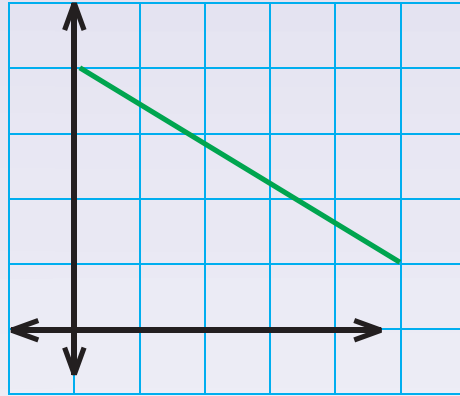
b.



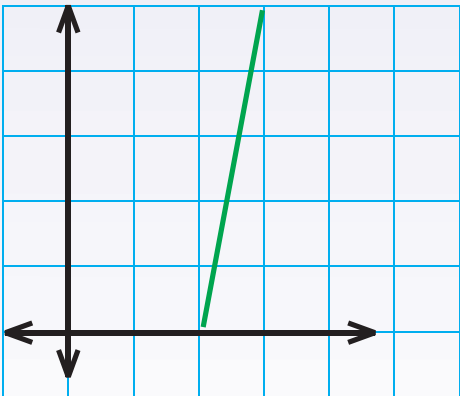
c.



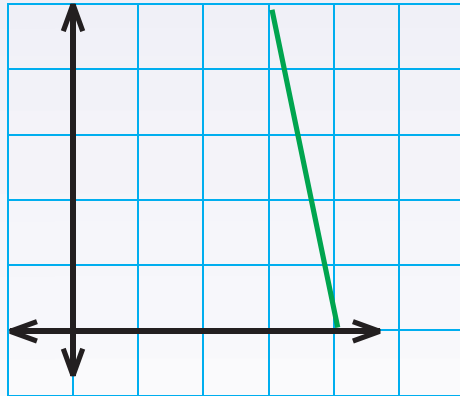
d.



e.



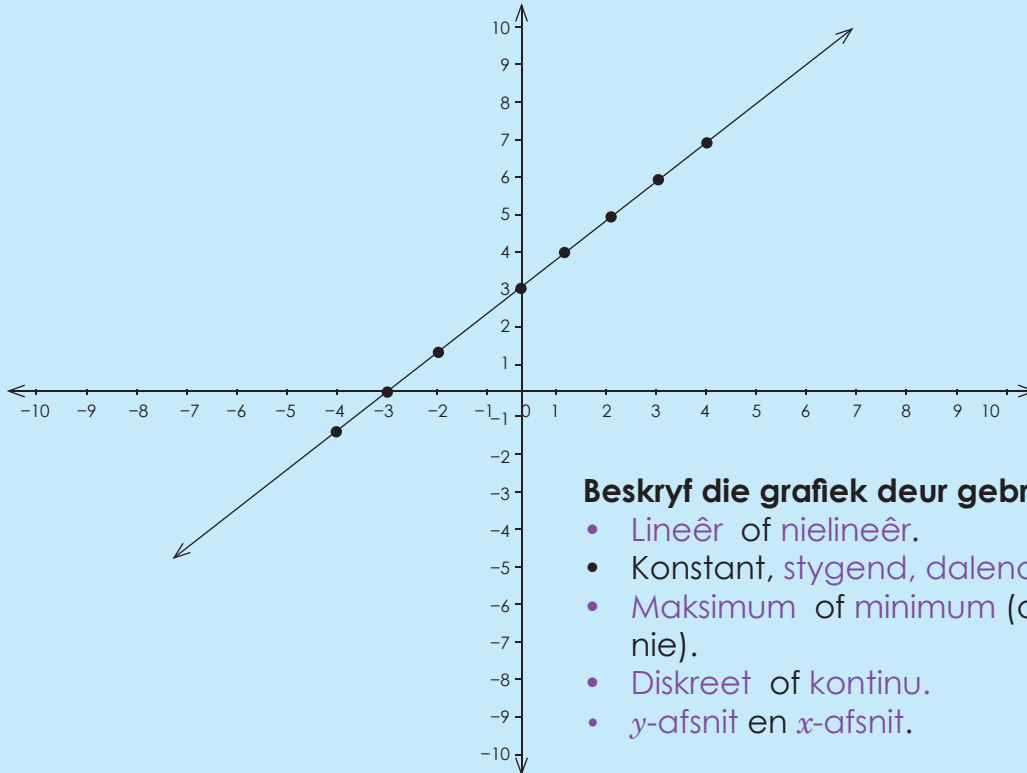
f.



Probleemoplossing

Hoe sal jy die gradiënt van enige voorwerp by jou huis bepaal?

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-1	0	1	2	3	4	5	6	7



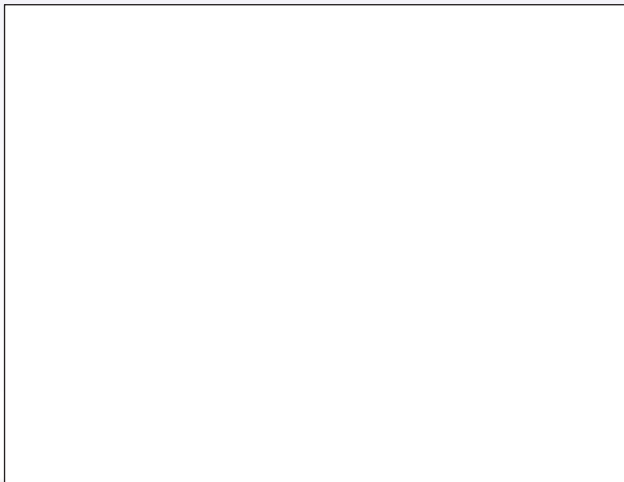
Beskryf die grafiek deur gebruik te maak van:

- Lineêr of nielineêr.
- Konstant, stygend, dalend.
- Maksimum of minimum (of nie toepaslik nie).
- Diskreet of kontinu.
- y -afsnit en x -afsnit.

1. Stip die volgende op die Cartesiese vlak. Gebruik 'n paar van bogenoemde terme om die grafieke te beskryf.

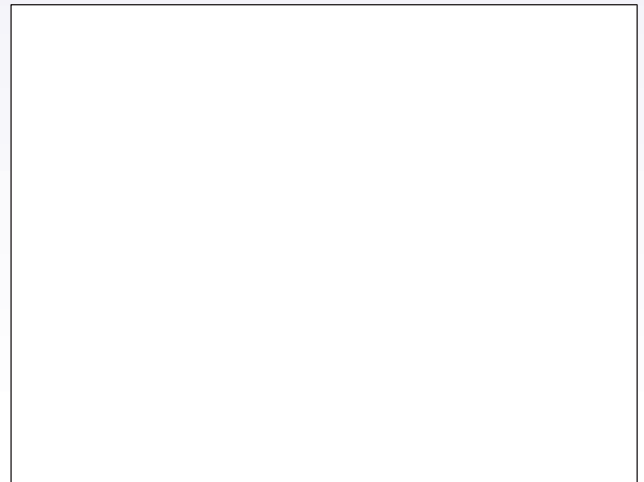
a.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5



b.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3



c.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	4	3	2	1	2	-1	-2	-3	-4

d.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	1	0	1	2	3	4	5	6	7

e.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	18	11	6	3	0	3	6	11	18

f.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-2	0	2	0	-2	0	2	0	-2

Probleemoplossing

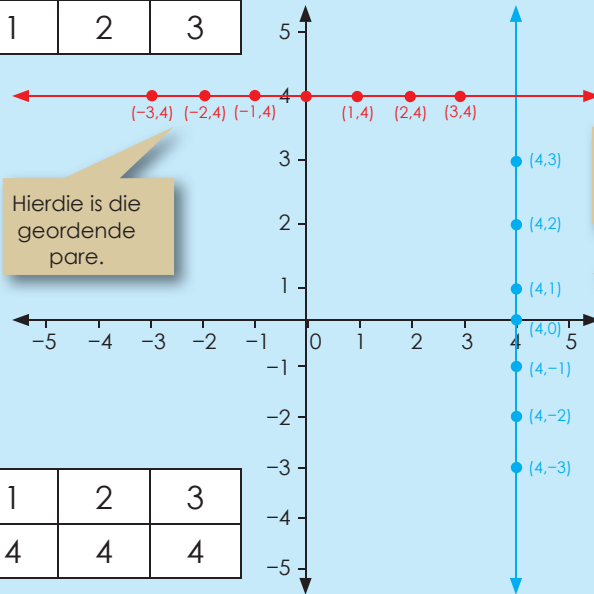
Skep jou eie tabel met geordende pare en 'n diagram wat 'n lineêre grafiek toon wat die x -as en y -as sny.

$x = 4$

In hierdie vergelyking word al die waardes van y , $x = 4$ as 'n reguit vertikale lyn gestip. Ons kan sê dat die vergelyking onafhanklik van y is.

As jy dit in 'n tabel skryf, lyk dit so:

x	4	4	4	4	4	4	4
y	-3	-2	-1	0	1	2	3



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	4	4	4	4	4	4	4

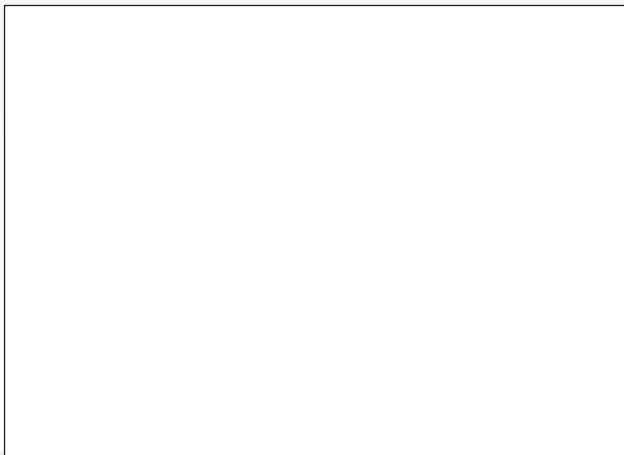
$y = 4$

Hierdie vergelyking is onafhanklik van x , dus ook vir alle waardes van x , $y = 4$. Dit word as 'n reguit horisontale lyn gestip.

1. Trek en vergelyk die grafieke van:

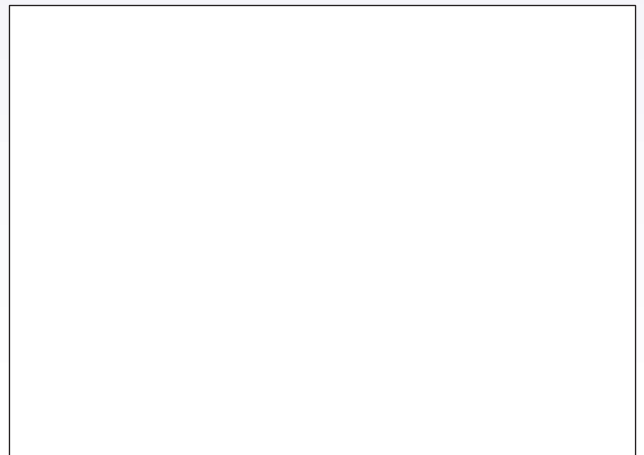
a. $x = 3$
 $y = 3$

x							
y							



b. $x = -2$
 $y = -2$

x							
y							



c. $x = 5$
 $y = 5$

x							
y							

d. $x = 7$
 $y = 7$

x							
y							

e. $x = -6$
 $y = 6$

x							
y							

f. $x = -8$
 $y = 8$

x							
y							

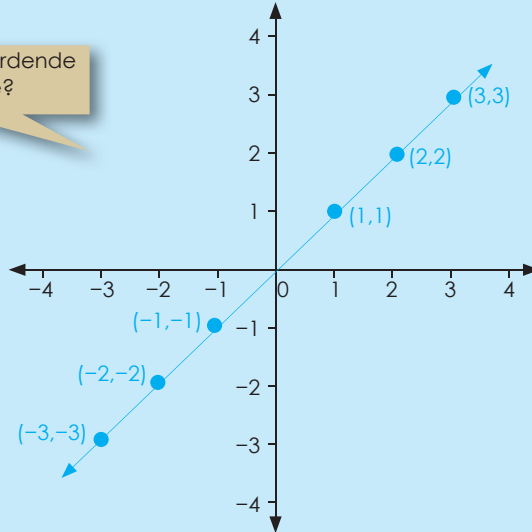
Probleemoplossing

Trek en vergelijk die grafieken van $y = 2,5$ en $x = 2,5$.

$x = y$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	-2	-1	0	1	2	3

Wat is geordende pare?



Is hierdie grafiek lineêr of nielineêr?

Is hierdie grafiek konstant, stygend of dalend?

Hoe sal hierdie grafiek lyk as dit dalend is?

1. Trek en vergelyk die grafieke. Gebruik die grafiekpapier op die volgende bladsy. Gebruik kleur en benoem die grafieke.

- a. $x = y$ b. $x = -y$
- c. $-x = y$ d. $-x = -y$

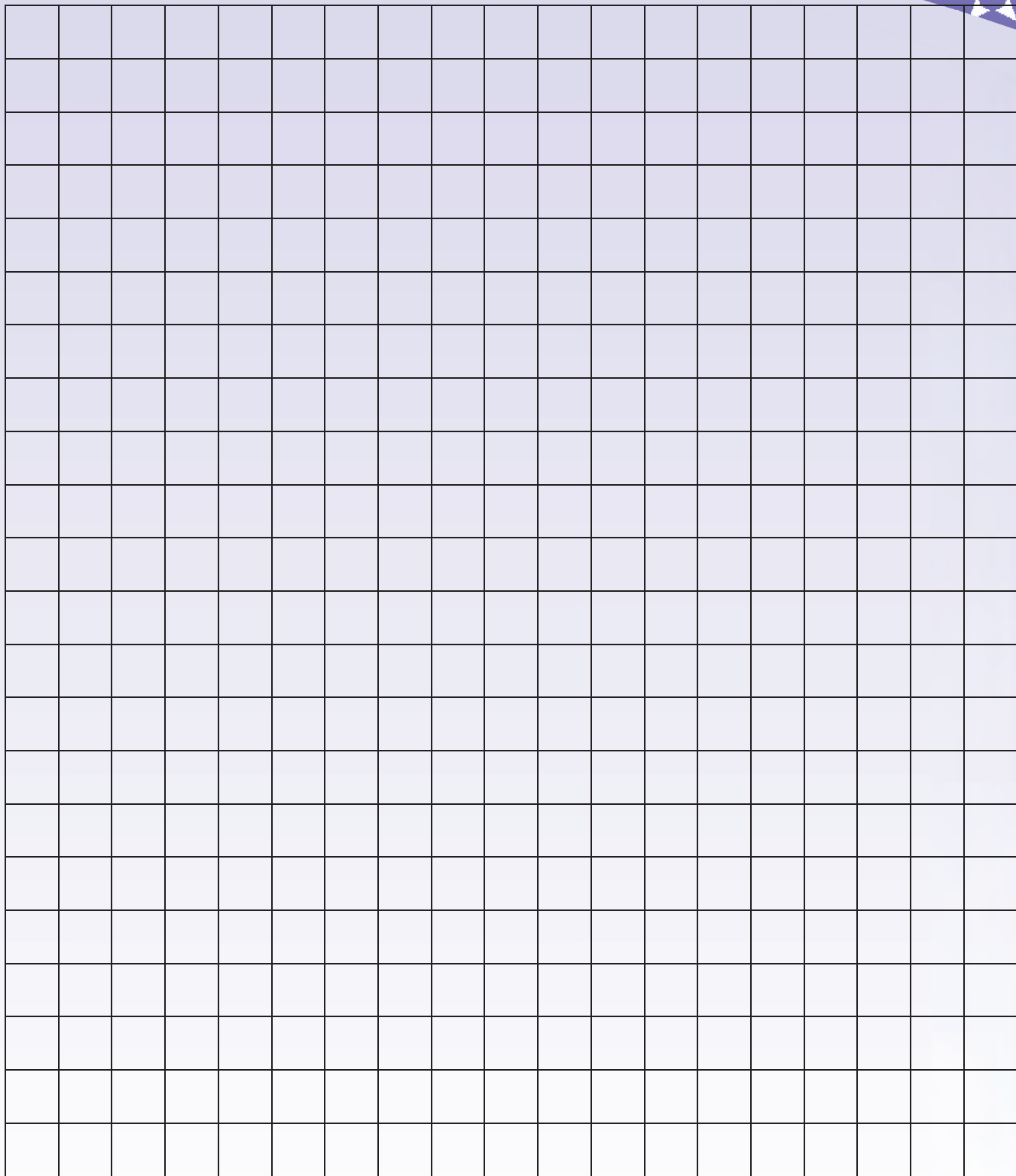
2. Beskryf elke grafiek.

a. Is die grafiek lineêr of nielineêr?

a.	b.	c.	d.
----	----	----	----

b. Is die grafiek konstant, stygend of dalend?

a.	b.	c.	d.
----	----	----	----



Probleemoplossing

Vergelyk grafiek a, b, c en d met mekaar.



Trek en vergelyk grafieke: $y = 2x$; $y = 2x + 1$; $y = 2x - 1$

$y = 2x$

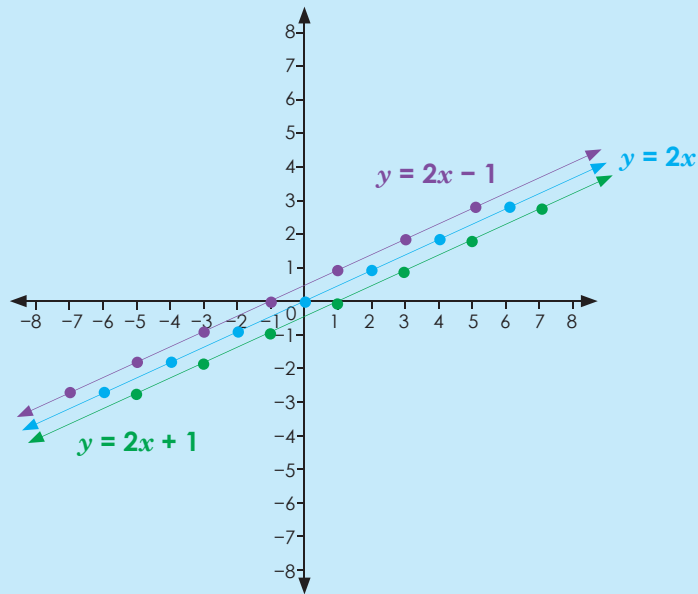
y	-3	-2	-1	0	1	2	3
$2x$	-6	-4	-2	0	2	4	6

$y = 2x + 1$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$2x + 1$	-5	-3	-1	1	3	5	7

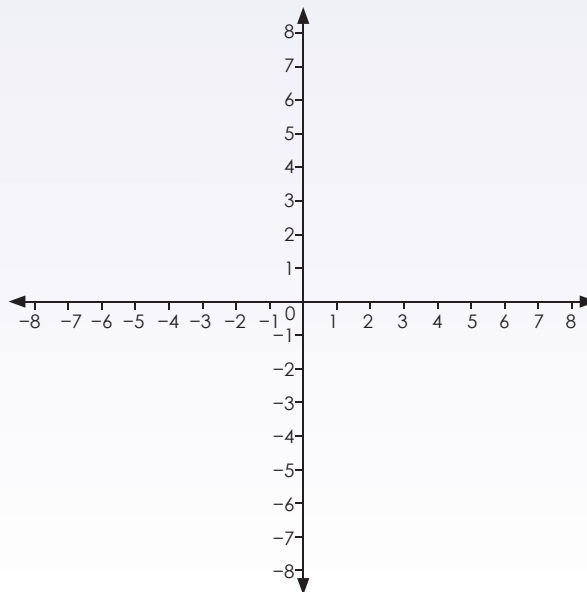
$y = 2x - 1$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$2x - 1$	-7	-5	-3	-1	1	3	5

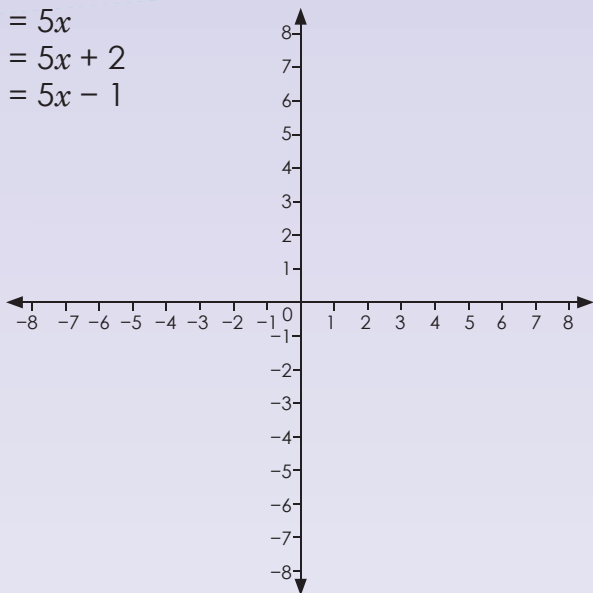


1. Trek en vergelyk die grafieke van

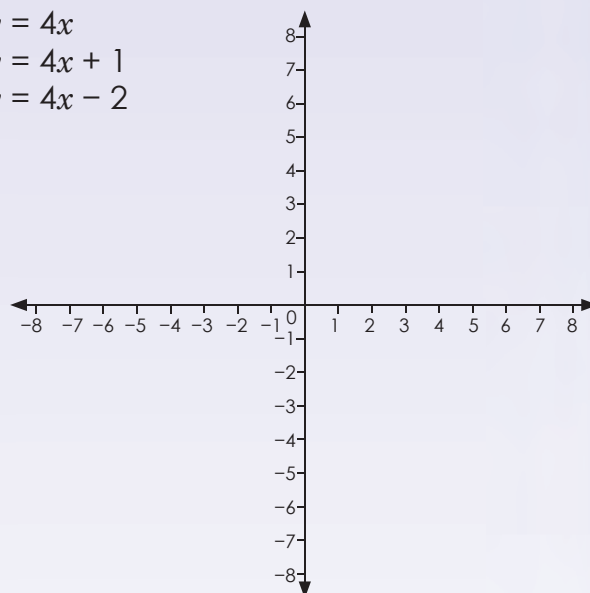
- a. $y = 3x$
- $y = 3x + 1$
- $y = 3x - 1$



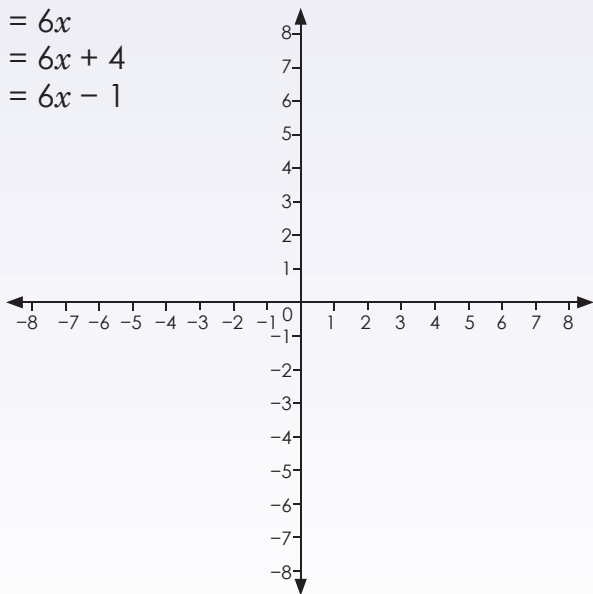
b. $y = 5x$
 $y = 5x + 2$
 $y = 5x - 1$



c. $y = 4x$
 $y = 4x + 1$
 $y = 4x - 2$



d. $y = 6x$
 $y = 6x + 4$
 $y = 6x - 1$



Probleemoplossing

Trek en vergelijk die grafieken van $y = 6x$, $y = 6x + 1$ en $y = 6x - 1$



$y = 3x$

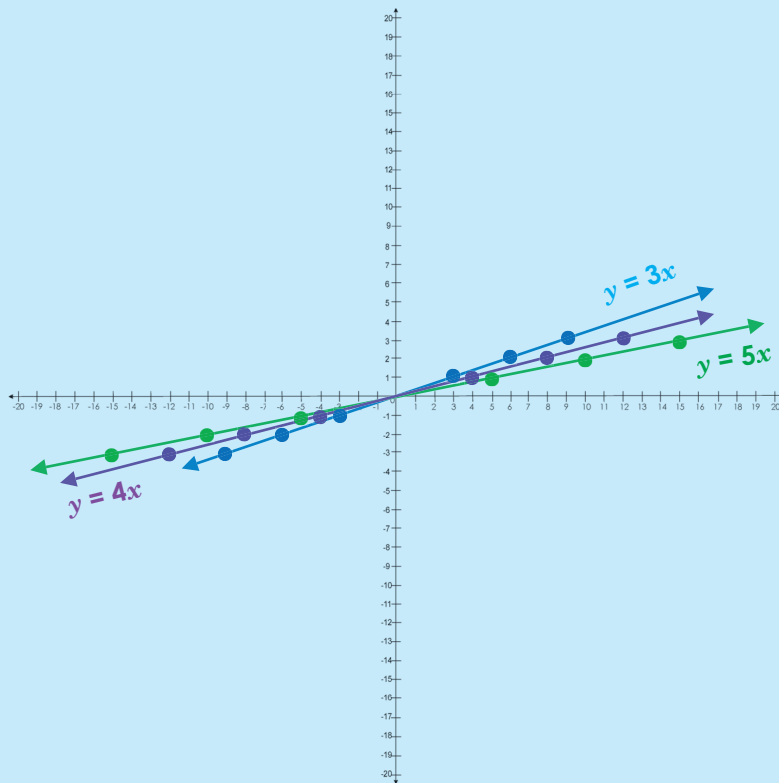
y	-3	-2	-1	0	1	2	3
$3x$	-9	-6	-3	0	3	6	9

$y = 4x$

y	-3	-2	-1	0	1	2	3
$4x$	-12	-8	-4	0	4	8	12

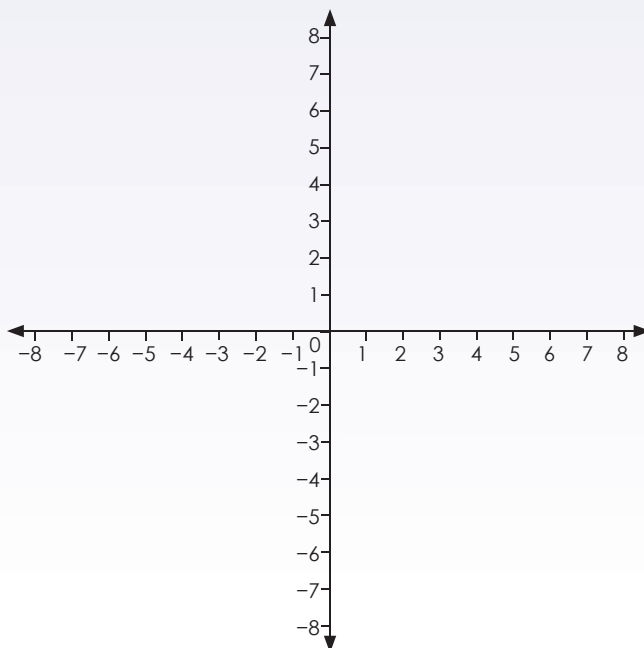
$y = 5x$

y	-3	-2	-1	0	1	2	3
$5x$	-15	-10	-5	0	5	10	15

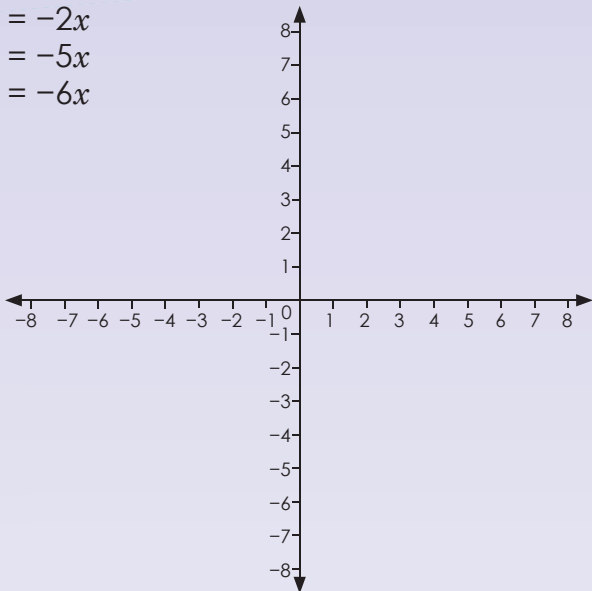


1. Trek, benoem en vergelyk die grafieke.

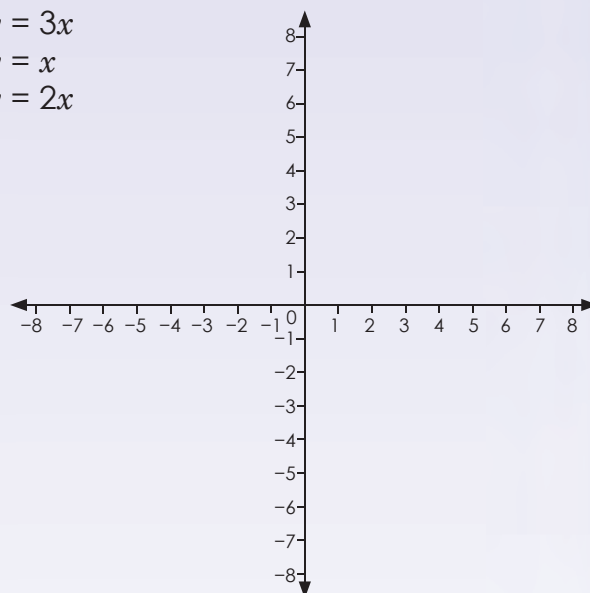
- a. $y = 2x$
 $y = 5x$
 $y = 6x$



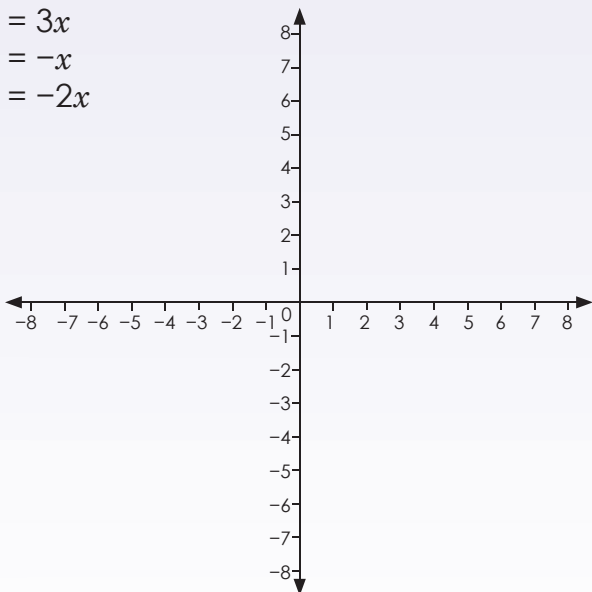
b. $y = -2x$
 $y = -5x$
 $y = -6x$



c. $y = 3x$
 $y = x$
 $y = 2x$



d. $y = 3x$
 $y = -x$
 $y = -2x$



Probleemoplossing

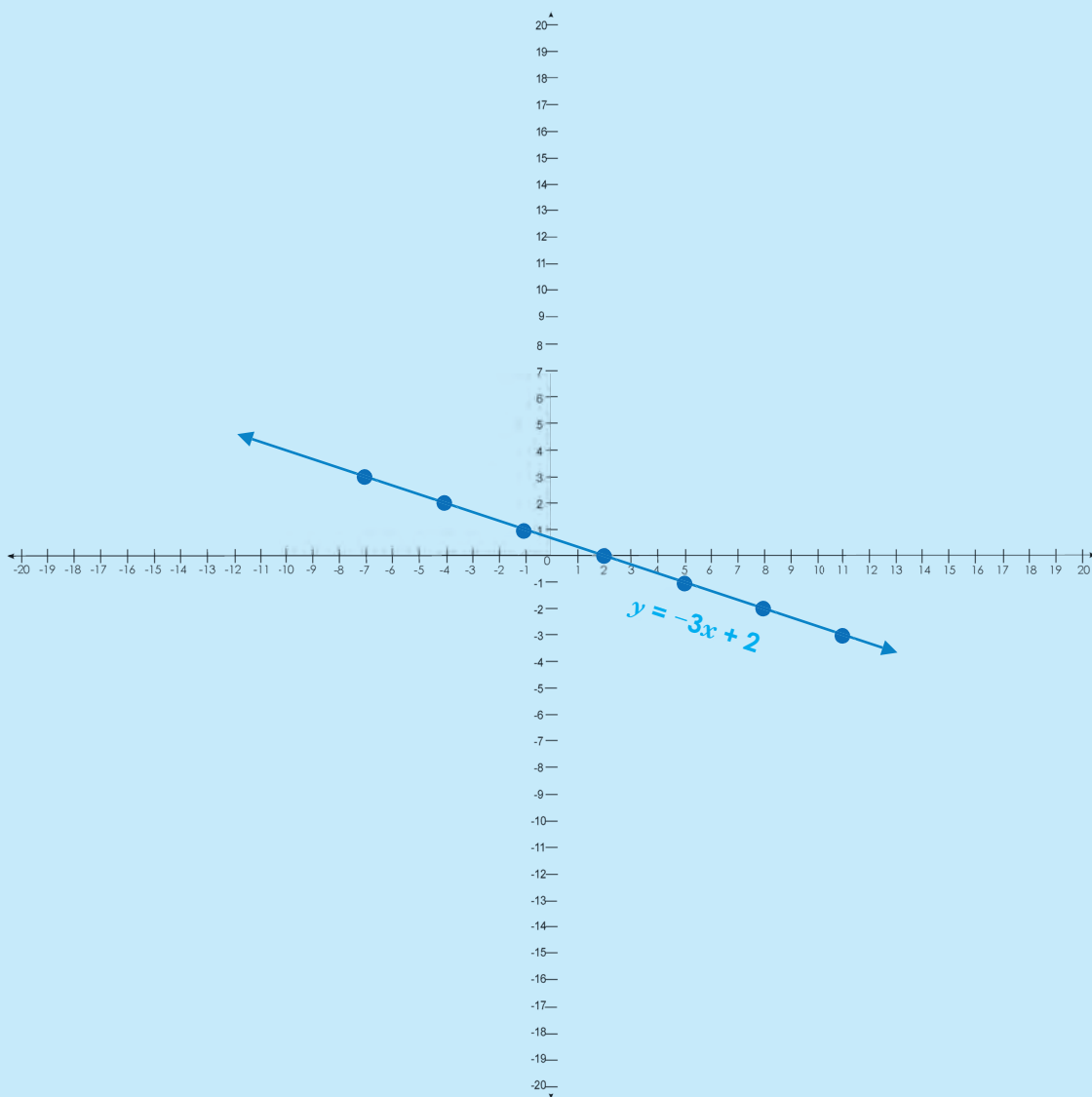
Vergelyk die grafieke in a, b, c en d.



$$y = -3x + 2$$

x	-7	-4	-1	2	5	8	11
y	3	2	1	0	-1	-2	-3

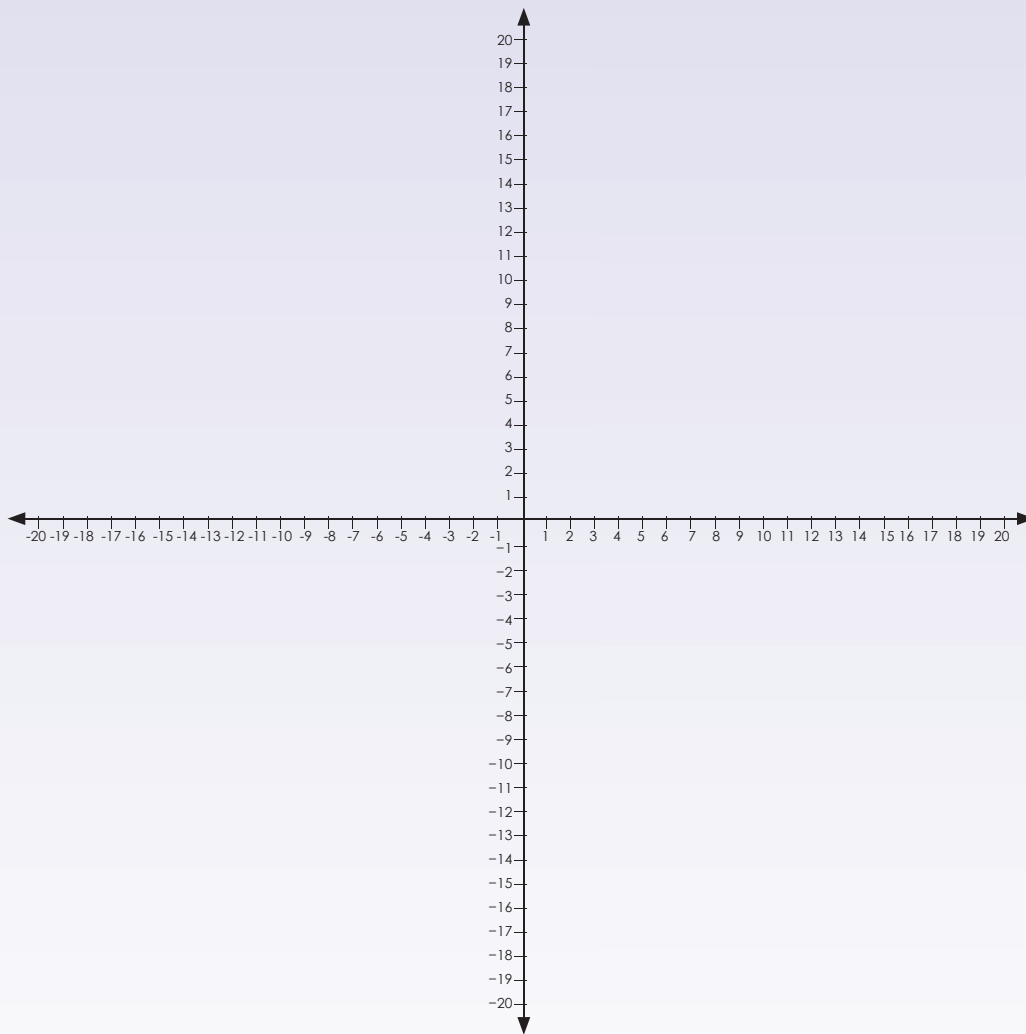
Stip dit op die grafiek, en verbind die punte.



1. Voltooi die tabel en trek die grafiek.

a. $y = 4x + 3$

y							



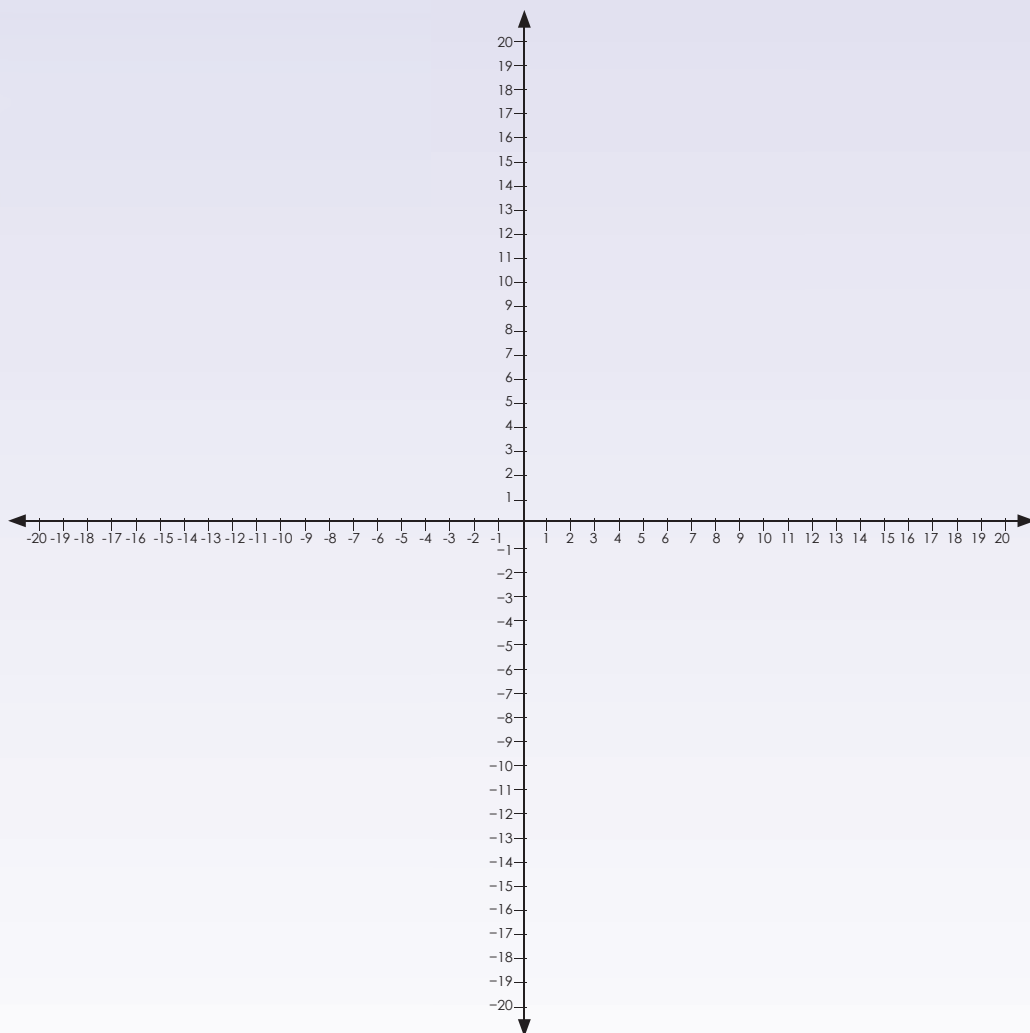
vervolg 

112b

Vergelyk en trek grafieke vervolg

b. $y = 2x + 4$

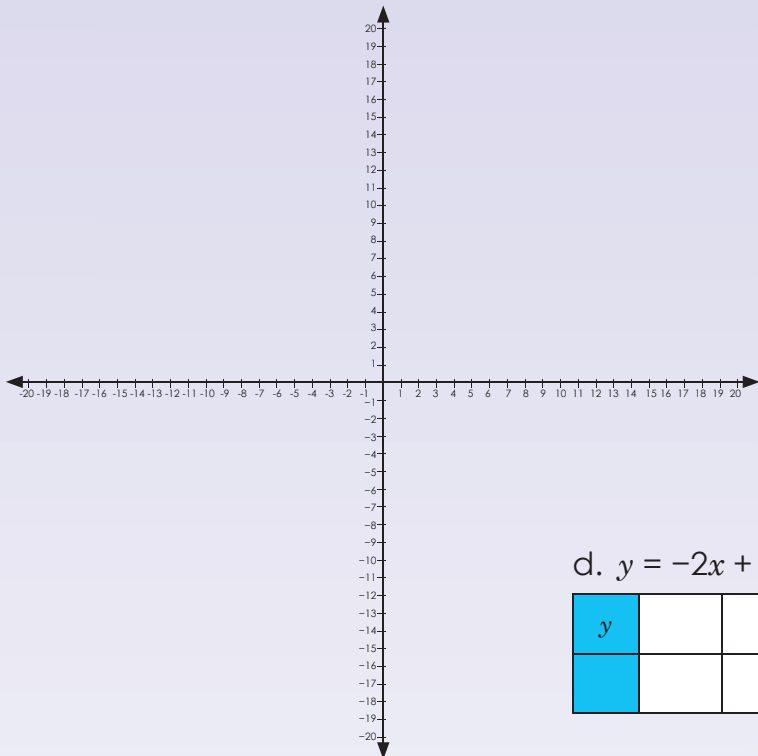
y							



Kwartaal 3 - Week 7

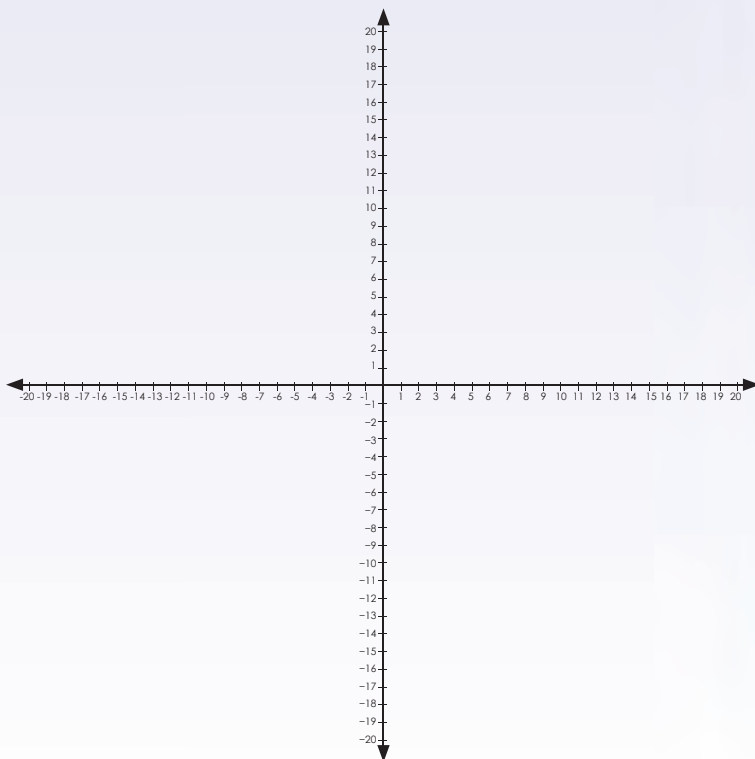
c. $y = -3x + 1$

y							



d. $y = -2x + 2$

y							

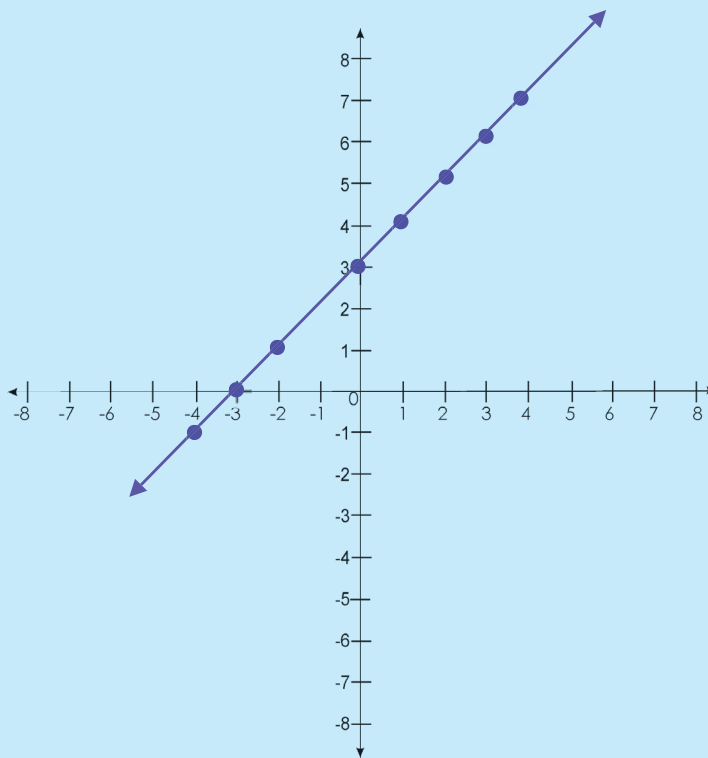


Probleemoplossing

Vergelyk grafiek a en b.

Vergelyking: $y = x + 3$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-1	0	1	2	3	4	5	6	7



1. Bepaal die vergelyking van die reguitlyn wat deur punte beweeg en beskryf elke grafiek. As die grafiek styg of daal, wat moet jy verander om die grafiek te laat daal of styg?

a.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	-8	-3	2	7	12	17

Vergelyking: $y = 5x + 2$

b.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-18	-12	-6	0	6	12	18

Vergelyking: $y = 6x$

c.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-14	-10	-6	-2	2	6	10

Vergelyking: $y = 4x - 2$

d.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	7	5	3	1	-1	-3	-5

Vergelyking: $y = 2x + 1$

e.

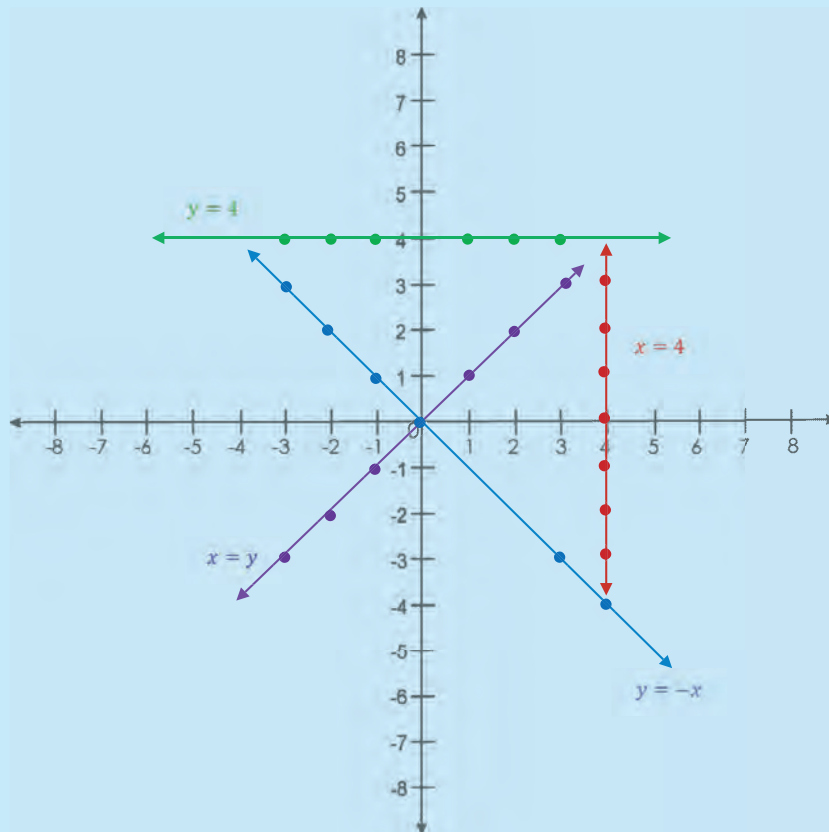
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	8	5	2	-1	-4	-7	-10

Vergelyking: $y = -3x - 2$

Probleemoplossing

Bepaal die vergelyking van die reguitlyn wat deur 'n paar punte beweeg wat jy gegee het.

Kyk na die grafiek en skryf die geordende pare in die tabelle in. Ons het die eerste een vir jou gedoen.



a. $y = 4$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	4	4	4	4	4	4	4

b. $x = 4$

x							
y							

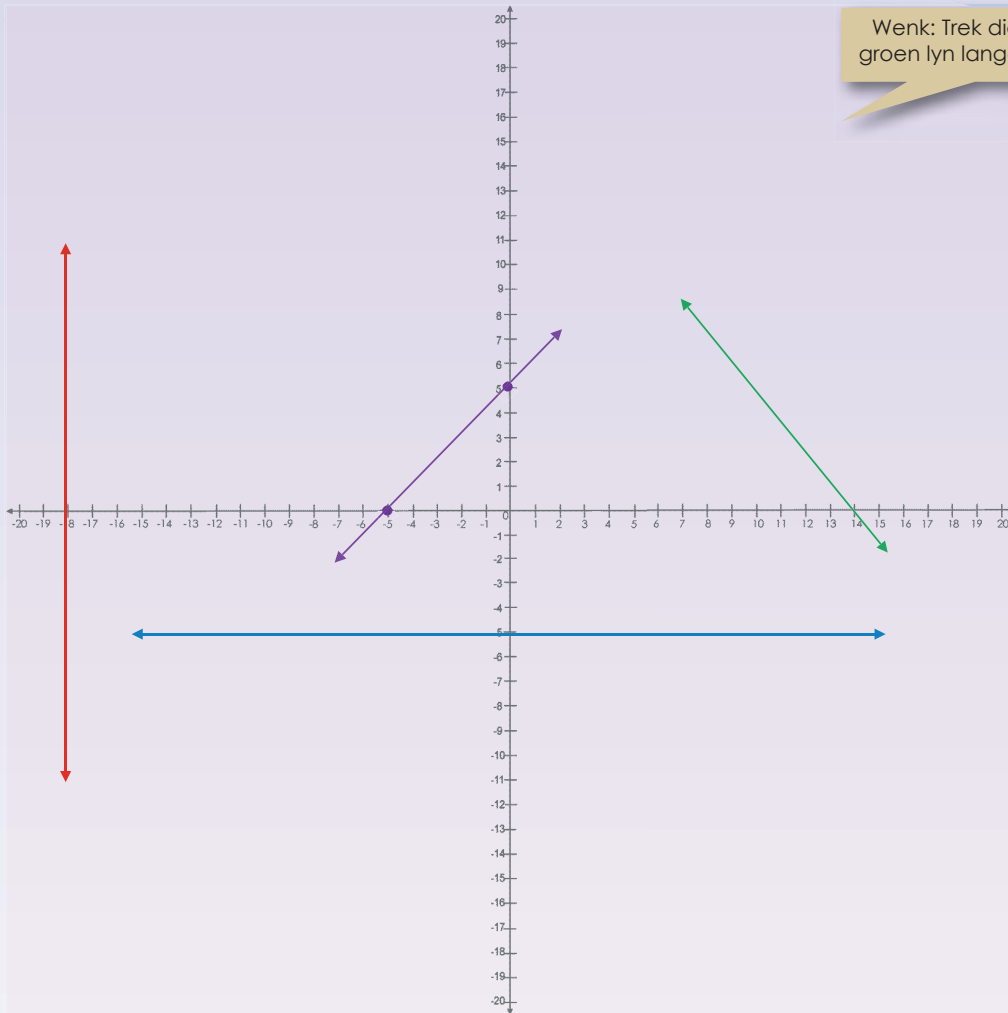
c. $x = y$

x							
y							

d. $y = -x$

x							
y							

1 Kyk na die lyne op die grafieke. Wat moet die geordende pare en die vergelykings wees?



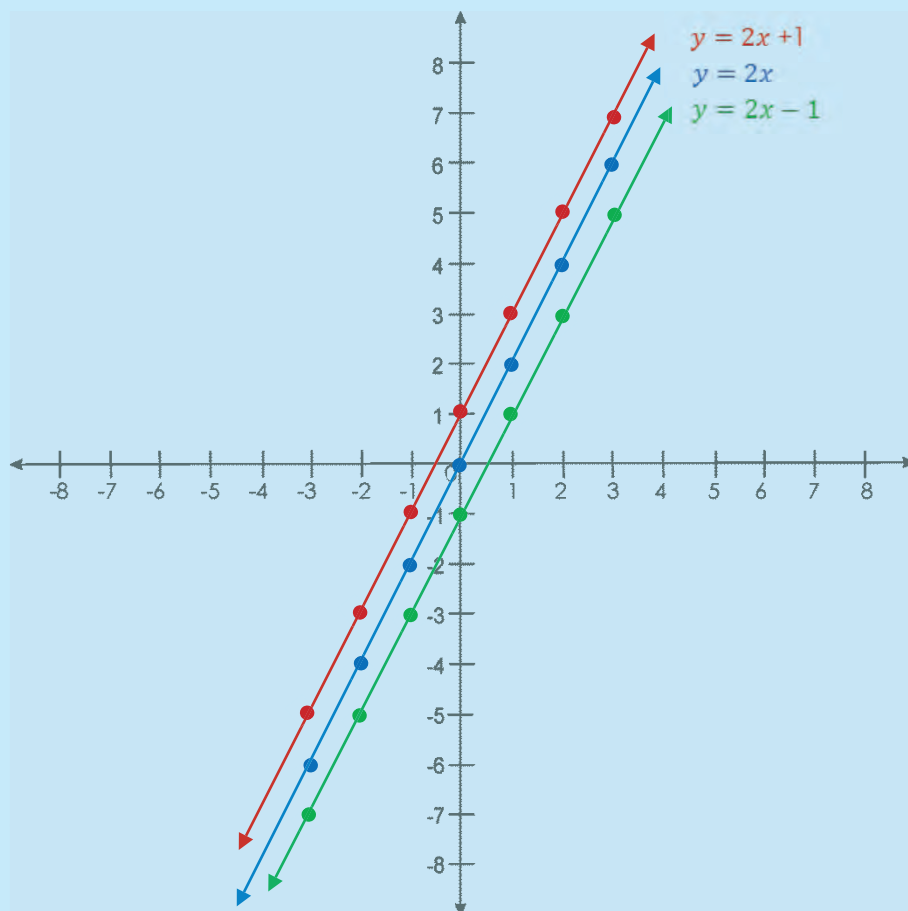
Wenk: Trek die groen lyn langer.

x							
y							
x							
y							
x							
y							
x							
y							

Probleemoplossing

Bepaal die vergelyking van 'n lineêre grafiek deur eers jou eie grafiek te trek.





Wat is die reël?

a. $y = 2x$

y	-6	-4	-2	0	2	4	6
x	-3	-2	-1	0	1	2	3

b. $y = 2x + 1$

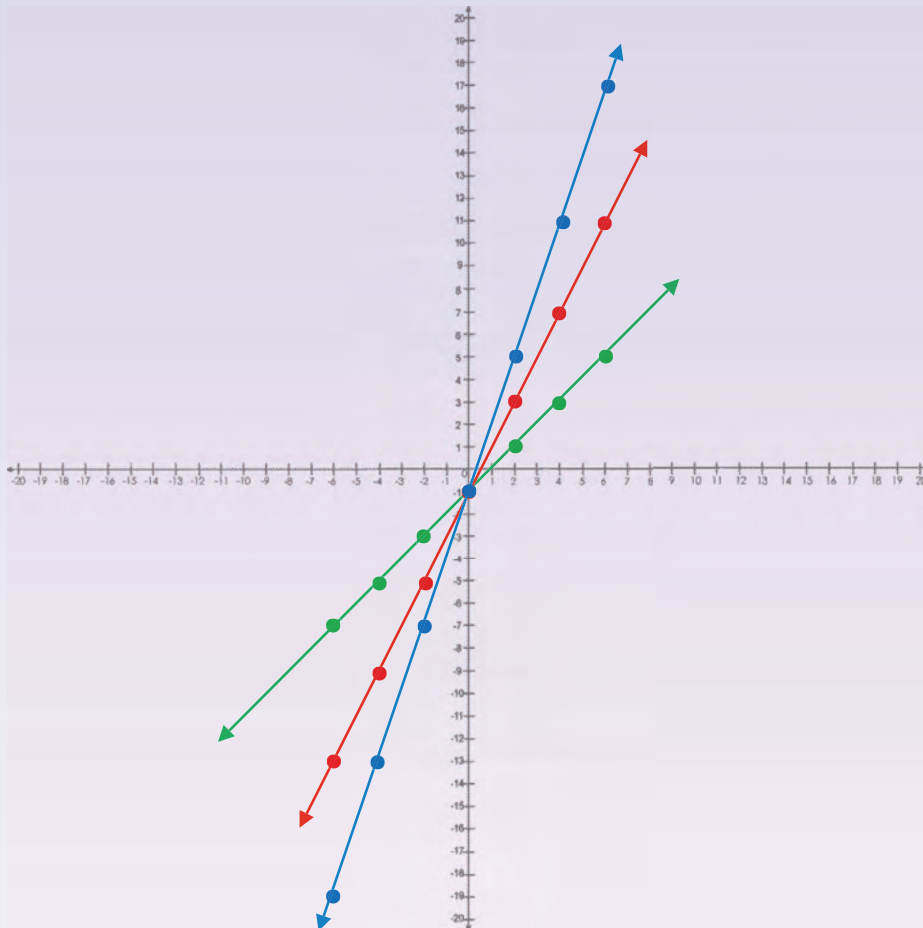
y	-5	-3	-1	1	3	5	7
x	-3	-2	-1	0	1	2	3

c. $y = 2x - 1$

y	-7	-5	-3	-1	1	3	5
x	-3	-2	-1	0	1	2	3

1. Bepaal die vergelyking.

a.



Vergelyking:

y							
x							

Vergelyking:

y							
x							

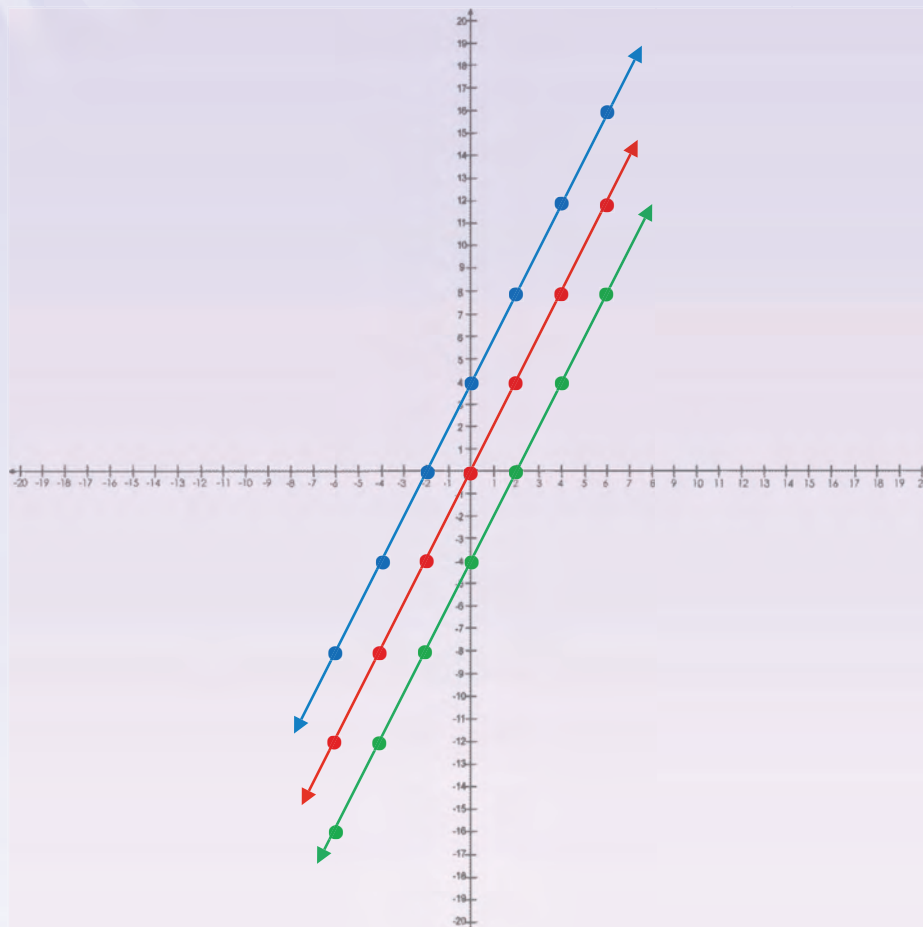
Vergelyking:

y							
x							

vervolg



b.



Kwartaal 3 - Week 7

Vergelyking:

y							
x							

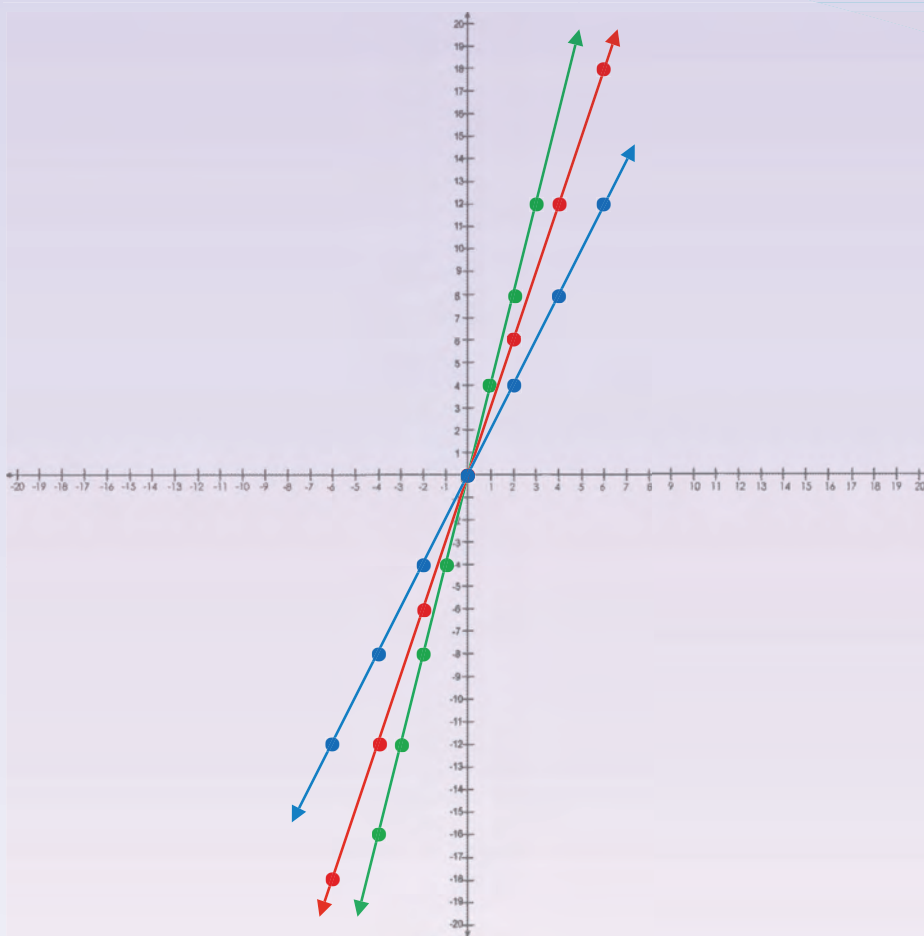
Vergelyking:

y							
x							

Vergelyking:

y							
x							

C.



Vergelyking:

y							
x							

Vergelyking:

y							
x							

Vergelyking:

y							
x							

Probleemoplossing

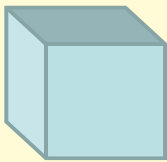
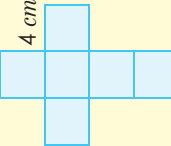
Bepaal die vergelyking van drie reguitlyne deur enige drie lyne op 'n grafiek te trek (gebruik hierdie werkkaart as riglyn).

Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n kubus

Omtrek van 'n vierkant	Oppervlakte van 'n vierkant	Volume van 'n kubus	Buite-oppervlakte van 'n kubus	Kapasiteit
$P = 4l$	$A = l^2$	$V = l^3$	$A =$ die som van die oppervlakte van al die vlakke.	<ul style="list-style-type: none"> 'n Voorwerp met 'n volume van 1 cm^3 verplaas 1 ml water. 'n Voorwerp met 'n volume van 1 m^3 verplaas presies 1 kl water.
<p>As $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$, dan $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$ As $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, dan $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$ As $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$, dan $1 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ mm}^3$ As $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, dan $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$ of 10^6 cm^3</p>				

Waar in die werklike lewe gebruik ons die volume en buite-oppervlakte van 'n kubus?

Voorbeeld:

Volume	Kapasiteit	Buite-oppervlakte																
<p>Die volume van 'n vaste liggaam is die hoeveelheid ruimte wat dit in beslag neem.</p>  <p>4 cm</p> <p>$V = l^3$ $V = (4 \text{ cm})^3$ $V = 64 \text{ cm}^3$</p>	<p>Die kapasiteit is die hoeveelheid vloeistof wat 'n houer kan inhou sodra dit vol is.</p> <p>Let wel: 'n Voorwerp met 'n volume van 1 cm^3 verplaas 1 ml water. \therefore 'n Voorwerp wat 64 cm^3 is, verplaas 64 ml water van $0,064 \text{ l}$.</p>	<p>Dit is die totale oppervlakte van die oppervlak van 'n meetkundige vaste liggaam.</p> <p>Die net van die kubus: Hoeveel vlakke (oppervlakte) is daar? Hoeveel vorms?</p>  <p>4 cm</p> <p>Buite-oppervlakte = die som van die oppervlakte van al die vlakke. $= 6$ (oppervlakte van 'n vlak) $= 6a^2$ $= 6(4 \text{ cm})^2$ $= 6 \times 16 \text{ cm}^2$ $= 96 \text{ cm}^2$</p>																
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Kubieke mm</th> <th>Kubieke cm</th> <th>Kubieke m</th> <th>Liter</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 000 000 000</td> <td>1 000 000</td> <td>1</td> <td>1 000</td> </tr> <tr> <td>1 000 000</td> <td>1 000</td> <td>0,001</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1 000</td> <td>1</td> <td>0,000001</td> <td>0,001</td> </tr> </tbody> </table>	Kubieke mm	Kubieke cm	Kubieke m	Liter	1 000 000 000	1 000 000	1	1 000	1 000 000	1 000	0,001	1	1 000	1	0,000001	0,001		
Kubieke mm	Kubieke cm	Kubieke m	Liter															
1 000 000 000	1 000 000	1	1 000															
1 000 000	1 000	0,001	1															
1 000	1	0,000001	0,001															

1. Bereken die volume, kapasiteit (gevol met water) en buite-oppervlakte van die volgende kubusse. Die een sy is gelyk aan ____.

a. 5 cm

b. 2,8 cm

c. 4,3 cm

d. 5,25 cm

e. 40 cm

f. 55 cm

Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n kubus vervolg

g. $8,2 \text{ cm}$

h. $3,75 \text{ cm}$

i. 82 cm

j. 100 cm

a. 216 cm^2

b. 150 cm^2

c. 294 cm^2

d. 24 cm^2

e. 486 cm^2

f. 388 cm^2

2. As die buite-oppervlakte ____ is, wat is die volume van die kubus dan?

Voorbeeld:

$$54 \text{ cm}^2 = 6(\text{lengte})^2$$

$$'n \text{ Kubus het ses vlakke } \therefore 54 \text{ cm}^2 \div 6 = 9 \text{ cm}^2 = 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \therefore \text{lengte} = 3 \text{ cm}$$

Die formule vir die volume van 'n kubus is $(\text{lengte})^3$

$$\therefore 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 27 \text{ cm}^3$$

Die volume is 27 cm^3 .

Probleemoplossing

Al die sye van die meerkundige voorwerp met ses vlakke is dieselfde. Een sy is gelyk aan $3,5 \text{ cm}$. Wat is die vorm van hierdie voorwerp?

Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n reghoekige prisma

Omtrek van 'n reghoek	Oppervlakte van 'n reghoek	Volume van 'n reghoekige prisma	Buite-oppervlakte van 'n reghoekige prisma	Kapasiteit
$P = 2(l + b)$ of $2l + 2b$	$A = l \times b$	$V = l \times b \times h$	$A =$ die som van die oppervlakte van al die vlakke	'n Voorwerp met 'n volume van 1 cm^3 verplaas presies 1 ml water.
As $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$, dan $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$				Is hierdie grafiek konstant, stygend of dalend?
As $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, dan $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$				met 1 m^3 is 1 kl
As $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$, dan $1 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ mm}^3$				
As $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, dan $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$ of 10^6 cm^3				

Waar in die werklike lewe gebruik ons die volume en buite-oppervlakte van 'n reghoekige prisma?

Is hierdie grafiek konstant, stygend of dalend?

Voorbeeld:

Volume	Kapasiteit	Buite-oppervlakte																
<p>4 cm</p> <p>2 cm 1,5 cm</p> <p>$V = l \times b \times h$ $V = 4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 1,5 \text{ cm}$ $V = 12 \text{ cm}^3$</p>	<p>Let wei: 'n Voorwerp met 'n volume van 1 cm^3 verplaas 1 ml water. \therefore 'n Voorwerp wat 12 cm^3 is, verplaas 12 ml.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Kubieke mm</th> <th>Kubieke cm</th> <th>Kubieke m</th> <th>Liter</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 000 000 000</td> <td>1 000 000</td> <td>1</td> <td>1 000</td> </tr> <tr> <td>1 000 000</td> <td>1 000</td> <td>0,001</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1 000</td> <td>1</td> <td>0,000001</td> <td>0,001</td> </tr> </tbody> </table>	Kubieke mm	Kubieke cm	Kubieke m	Liter	1 000 000 000	1 000 000	1	1 000	1 000 000	1 000	0,001	1	1 000	1	0,000001	0,001	<p>Beskryf die vlak (oppervlakte).</p> <p>4 cm 2 cm 1,5 cm</p> <p>Buite-oppervlakte: $A = 2bl + 2lh + 2hb$ $= 2(1,5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}) + 2(4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}) + 2(2 \text{ cm} \times 1,5 \text{ cm})$ $= 12 \text{ cm}^2 + 16 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2$ $= 34 \text{ cm}^2$</p>
Kubieke mm	Kubieke cm	Kubieke m	Liter															
1 000 000 000	1 000 000	1	1 000															
1 000 000	1 000	0,001	1															
1 000	1	0,000001	0,001															

1. Berekende die volume, kapasiteit (gevol met water) en buite-oppervlakte van die volgende reghoekige prisma's.

	lengte	breedte	hoogte
a.	2 cm	1 cm	8 cm
b.	3,4 cm	2,2 cm	4 cm
c.	8 cm	4,3 cm	5 cm
d.	7,2 cm	6,5 cm	3,7 cm
e.	5,5 cm	3,5 cm	6 cm

a.

c.

b.

d.

e.

2. As die buite-oppervlakte is, wat is die volume van die kubus dan?

Voorbeeld:

52 cm^2

'n Reghoekige prisma het ses syvlakke.

Die formule vir die volume van 'n reghoekige prisma is $l \times b \times h$

$4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^3$

Die volume is 24 cm^3 .

Wenk: Kies enige 2 sye en bereken die derde sy, of kies 3 waardes en toets jou antwoord.

a. 104 cm^2

b. 118 cm^2

c. 122 cm^2

d. 214 cm^2

e. 220 cm^2

Probleemoplossing

Die lengte, breedte en hoogte van hierdie meerkundige voorwerp met ses vlakke is Watter vorm het die voorwerp? Teken dit.

Omtrek van 'n seshoek	Oppervlakte van 'n seshoek	Volume van 'n seshoekige prisma	Buite-oppervlakte van 'n seshoekige prisma	Kapasiteit
$P = 6r$	Sien hierna	$V = 3 ash$ a = kortstraal-lengte $s = sy$ h = hoogte	$A =$ die som van die oppervlakte van al die vlakke	'n Voorwerp met die volume van 1 cm^3 verplaas presies 1 ml water. <ul style="list-style-type: none"> 'n Voorwerp met die volume van 1 m^3 verplaas presies 1 kl water.

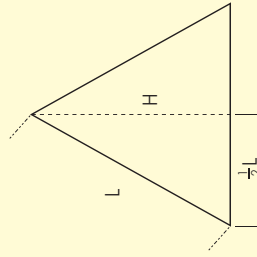
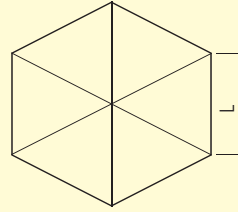
Waar in die werklike lewe gebruik ons die volume en buite-oppervlakte van 'n seshoekige prisma?

Onderzoek die volume en buite-oppervlakte van 'n seshoekige prisma.

Inligting gegee

Reëlmatige seshoek

Ons kan die oppervlakte van 'n reëlmatige seshoek bepaal deur dit in ses gelyksydige driehoeke te verdeel.



L is die lengte. H is die hoogte van elke driehoek.

Gebruik Pythagoras se stelling vir 'n reghoekige driehoek:

$$L^2 = \left(\frac{1}{2}L\right)^2 + H^2$$

Dus:

$$H = \sqrt{L^2 - \left(\frac{1}{2}L\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}L$$

Beskou nou een van die gelyksydige driehoeke:

$$\text{Oppervlakte van driehoek} = \frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte} = \frac{1}{2} \times L \times H = \frac{1}{2} \times L \times \frac{\sqrt{3}}{2}L = \frac{\sqrt{3}}{4}L^2$$

en:

$$\text{Oppervlakte van reëlmatige seshoek} = 6 \times \text{oppervlakte van 'n driehoek} = \frac{\sqrt{3}}{4}L^2 \times 6 = \frac{3\sqrt{3}}{2}L^2$$

In benaderde numeriese terme is die oppervlakte van 'n reëlmatige seshoek 2,598 maal die kwadraat van die sy lengte daarvan.

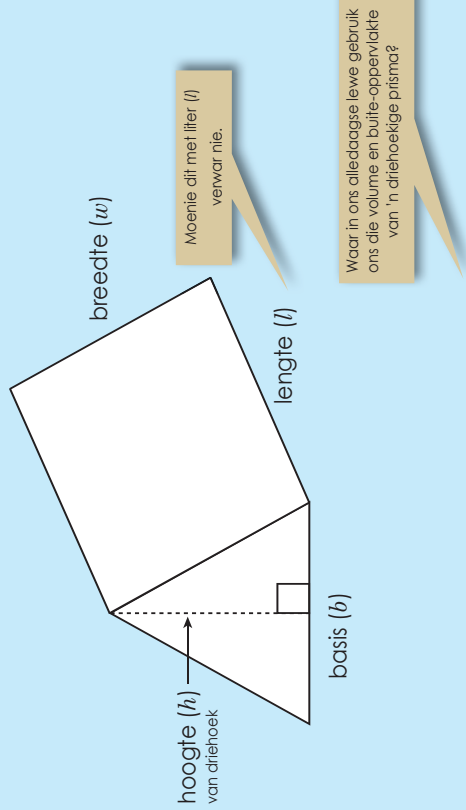
1. Bereken die volume van 'n seshoekige prisma.

2. Bereken die buite-oppervlakte van 'n seshoekige prisma.

Probleemoplossing

Som jou ondersoek na die buite-oppervlakte van 'n seshoek nou op.

Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n driehoekige prisma



Oppervlakte van 'n reghoek	Oppervlakte van 'n driehoek	Volume van 'n driehoekige prisma	Buite-oppervlakte van 'n driehoekige prisma	Kapasiteit
$A = l \times w$	$A = \frac{1}{2} b \times h$	$V = \frac{1}{2} b \times h \times l$	$A =$ die som van die oppervlakte van al die vlakke.	'n Voorwerp met die volume van 1 cm^3 verplaas presies 1 ml water. 'n Voorwerp met die volume van 1 m^3 verplaas presies 1 kl water.
As $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$, dan $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$ As $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, dan $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$ As $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$, dan $1 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ mm}^3$ As $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, dan $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$ of 10^6 cm^3				

Voorbeeld:

$V = \frac{1}{2} b \times h \times l$
 $V = \frac{1}{2} (5 \text{ cm}) \times 3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$
 $V = 2,5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$
 $V = 15 \text{ cm}^3$

Kapasiteit

Let wei: 'n Voorwerp met 'n volume van 1 cm^3 verplaas 1 ml water.
 \therefore 'n Voorwerp wat 15 cm^3 is, verplaas 15 ml water.

Buite-oppervlakte

$A = 2$ (oppervlakte van die driehoek) + (oppervlakte van die drie reghoeke)

Oppervlakte van die driehoek: $= 2 \left(\frac{1}{2} (5 \text{ cm}) \times 3 \text{ cm} \right) = 15 \text{ cm}^2$

Oppervlakte van die middelste reghoek $= b \times l = 5 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 10 \text{ cm}^2$

Buite-oppervlakte van die ander twee reghoeke $= (\text{lengte} \times \text{sy van driehoek}) \times 2$

$= (2 \text{ cm} \times \sqrt{3^2 + 2,5^2}) \times 2 = (2 \text{ cm} \times 3,9 \text{ cm}) \times 2 = 7,8 \text{ cm}^2 \times 2 = 15,6 \text{ cm}^2$

$A = 15 \text{ cm}^2 + 10 \text{ cm}^2 + 15,6 \text{ cm}^2 = 40,6 \text{ cm}^2$

Om die lengte van twee van die reghoeke te bepaal, moet ons van Pythagoras se stelling gebruik maak.

Die twee driehoeke is ewe groot.

Let daarna op dat die twee driehoeke identies is, maar dat die drie reghoeke se groottes verskil.

Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n driehoekige prisma vervolg

119b

1. Bereken die volume, kapasiteit en buite-oppervlakte van die volgende driehoekige prisma's.

a. Basis = 2 cm, Hoogte = 1 cm en Lengte = 3 cm

b. Basis = 10 cm, Hoogte = 3 cm en Volume = 30 cm^3

2. As die buite-oppervlakte _____ is, wat is die volume van die driehoekige prisma dan?

a. 110 cm^2 en lengte = 4 cm

b. 66 cm^2 en lengte = 5 cm

c. 177 cm^2 en $l = 2$ cm

d. 228 cm^2 en $l = 3$ cm

Probleemoplossing

Hierdie meetkundige voorwerp het twee driehoekige syvlakke en drie reghoekige syvlakke. Die oppervlakte van die driehoek is 6 cm^2 en die hoogte van die prisma is 4 cm. Wat sal die buite-oppervlakte wees?

Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n silinder

120

Omtrek van 'n sirkel
 $C = \pi d$ of $2\pi r$

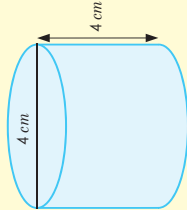
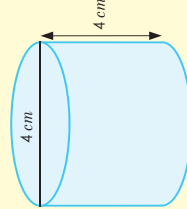
Oppervlakte van 'n sirkel
 $A = \pi r^2$

As $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$, dan $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$
 As $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, dan $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$

Volume van 'n silinder
 $V = \pi r^2 h$

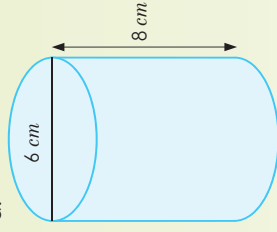
Buite-oppervlakte van 'n silinder
 A = die som van die oppervlakte van al die vlakke.

Voorbeeld:

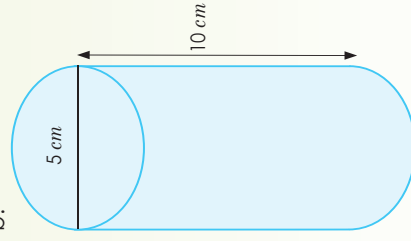
Volume	Kapasiteit	Buite-oppervlakte
$V = \pi \times r^2 \times h$  deursnee = 4 \therefore radius = 2 $V = \pi \times (2)^2 \times 4$ $= \pi \times 4 \times 4$ $= 16\pi \text{ cm}^3$ $= 50,265 \text{ cm}^3$	Let wel: 'n Voorwerp met 'n volume van 1 cm^3 verplaas 1 ml water. \therefore 'n Voorwerp wat 12 cm^3 is, verplaas 12 ml water.	$A = 2 \times \pi r \times (r + h)$ Oppervlakte van die een kant $= \pi \times r^2$ Oppervlakte van die sy $= C \times h$ $= 2 \times \pi \times r \times h$  deursnee = 4 \therefore radius = 2 $A = 2 \times \pi \times r \times (r + h)$ $= 2 \times \pi \times 2 \times (2 + 4)$ $= 2 \times \pi \times 2 \times (6)$ $= 24\pi$ $= 75,398 \text{ cm}^2$

2. Bereken die volume, kapasiteit (as dit gevul is met water) en buite-oppervlakte van die silinder.

a.



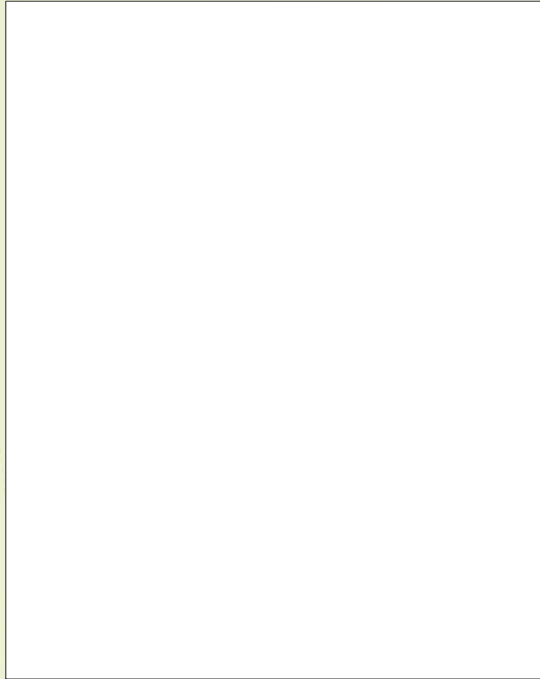
b.



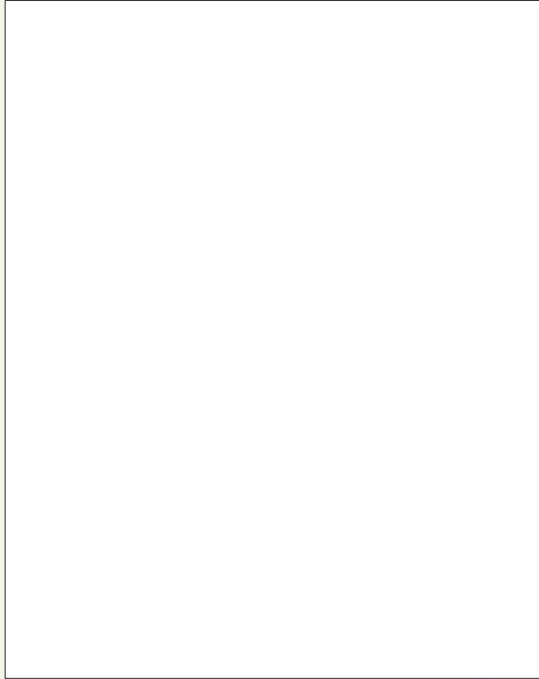
Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n silinder vervolg

120b

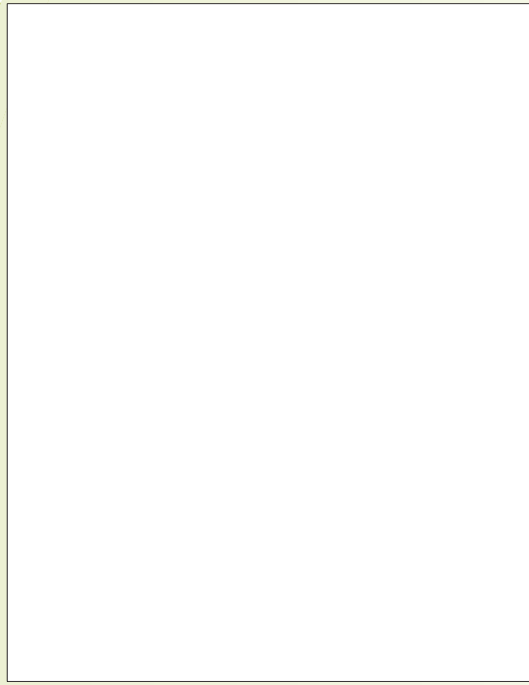
c. Deursnee: 4 cm
Hoogte: 10 cm



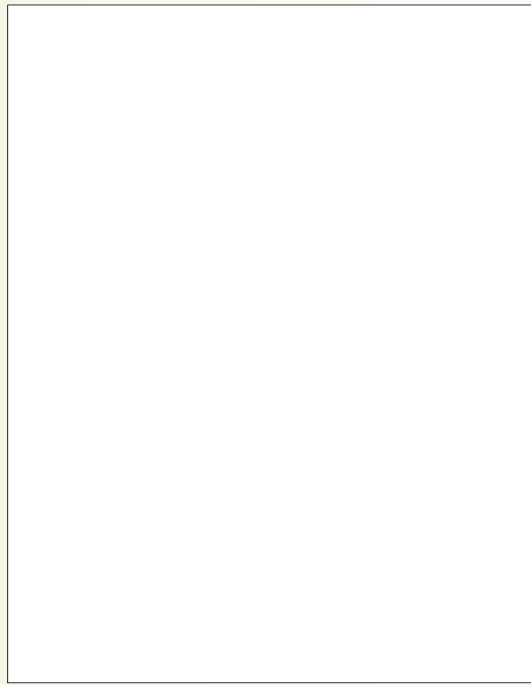
d. Deursnee: 12 cm
Hoogte: 14 cm



e. Deursnee: 9 cm
Hoogte: 13 cm



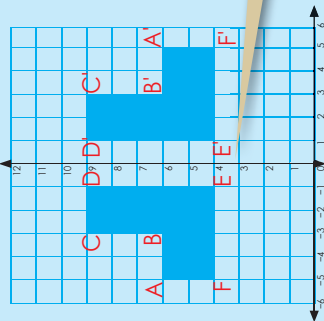
f. Deursnee: 7 cm
Hoogte: 11 cm



Probleemoplossing

Die middellyn van die voorwerp is 7 cm. Die hoogte van die voorwerp is 5,5 cm. Identifiseer die meerkundige voorwerp.

Kyk na die figuur en beskryf elkeen daarvan. Maak gebruik van woorde soos **spieël, vorm, oorspronklike vorm, refleksie lyn en vertikaal.**

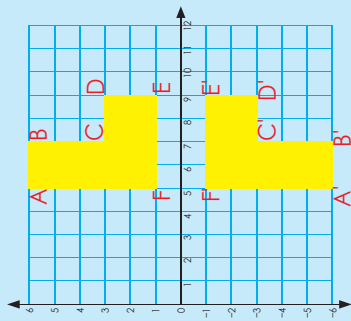


Die koördinate van elke figuur is:

ABCDEF: $(-5,6); (-3,6); (-3,9); (-1,9); (-1,4); (-5,4)$
 A'B'C'D'E'F': $(5,6); (3,6); (3,9); (1,9); (1,4); (5,4)$

Wat merk jy op? As 'n figuur oor die y-as reflekteer, bly die y-koördinate dieselfde en verander die x-koördinate na hul teenoorgestelde heeltal.

Wanneer 'n vorm oor 'n spieëllyn getrefleer word, is die refleksie ewe ver van die refleksie lyn as van die oorspronklike vorm af.

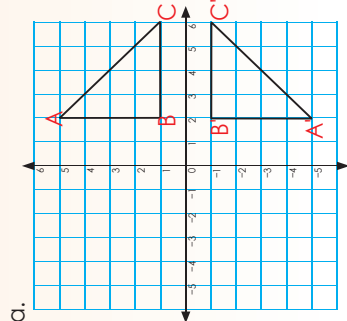


Die koördinate van elke figuur is:

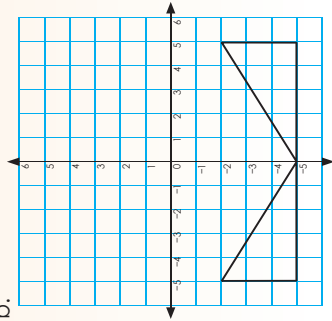
ABCDEF: $(5,6); (7,6); (7,3); (9,3); (9,1); (5,1)$
 A'B'C'D'E'F': $(5,-6); (7,-6); (7,-3); (9,-3); (9,-1); (5,-1)$

Wat merk jy op? As 'n figuur oor die x-as reflekteer, bly die x-koördinate dieselfde en verander die y-koördinate na hul teenoorgestelde heeltal.

1. Beskryf elke refleksie deur die riglyne onder elke grafiek te gebruik. Onthou om die figuur te benoem voordat jy dit beskryf.



b.



i. Skryf die koördinate vir beide figuur neer:

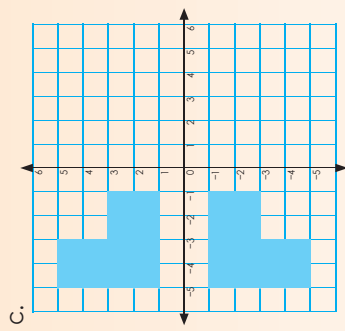
ii. Reflekteer oor die ____ as.

iii. Vergelyk die x- en y-koördinate.

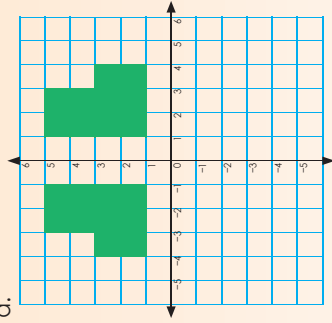
i. Skryf die koördinate vir beide figuur neer:

ii. Reflekteer oor die ____ as.

iii. Vergelyk die x- en y-koördinate.



d.



i. Skryf die koördinate vir beide figuur neer:

ii. Reflekteer oor die ____ as.

iii. Vergelyk die x- en y-koördinate.

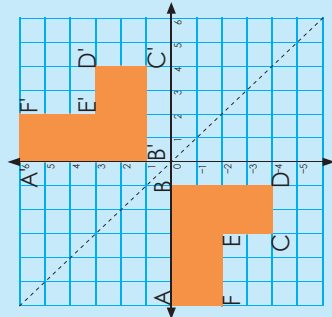
i. Skryf die koördinate vir beide figuur neer:

ii. Reflekteer oor die ____ as.

iii. Vergelyk die x- en y-koördinate.

Probleemoplossing

Wat is die koördinate van die getrefleerde syfer ABC $[(-3,4); (-1,1); (-5,1)]$ oor die: • x-as
 • y-as.



Wat merk jy op omtrent die refleksielyn?

$x = -y$

Bv. (1, -1); (2, -2)

Die koördinate vir ABCDEF is:

(-6, 0); (-1, 0); (-1, -4); (-3, -4); (-3, -2); (-6, -2)

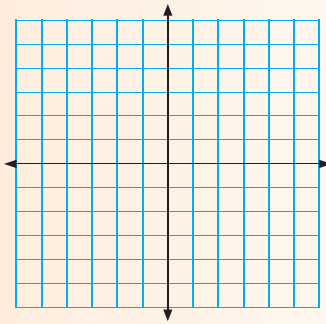
Die koördinate vir A'B'C'D'E'F' is:

(0, 6); (1, 0); (4, 1); (4, 3); (2, 3); (2, 6)

Wanneer jy 'n punt oor 'n lyn $x = -y$ reflekteer, ruil die x -koördinate en die y -koördinate om, en die tekens verander (word genegeer).

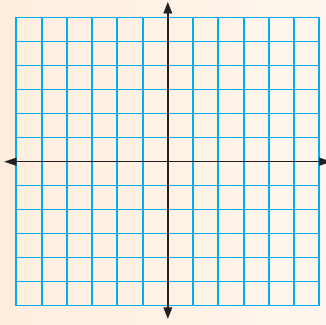
1. Trek die lyne.

c. $x = y$



Verduidelik hoe jy die lyn bepaal:

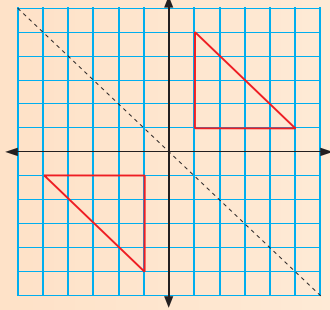
b. $-x = y$



Verduidelik hoe jy die lyn bepaal:

2. Beskryf elke refleksie. Onthou om jou figuur te benoem voordat jy dit beskryf.

d.

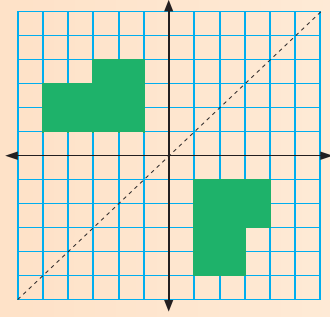


i. Skryf die koördinate vir beide figure neer:

ii. Reflekteer oor die lyn _____.

iii. Vergelyk die x - en y -koördinate.

b.

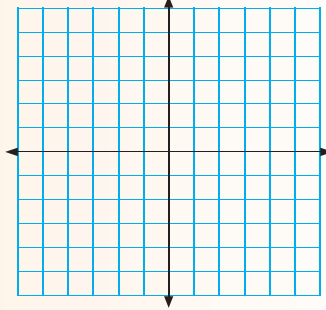


i. Skryf die koördinate vir beide figure neer:

ii. Reflekteer oor die lyn _____.

iii. Vergelyk die x - en y -koördinate.

3. Trek figure wat oor 'n lyn $x = y$ reflekteer.

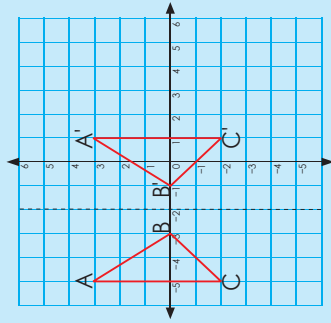


i. Wat is die koördinate?

ii. Reflekteer oor die lyn _____.

Probleemoplossing

Trek 'n figuur wat oor 'n lyn $-x = y$ reflekteer. Skryf die koördinate neer.



Beskryf die refleksie. Die koördinate vir ABC: $(-5,3); (-3,0); (-2,0)$.

Die koördinate vir A'B'C': $(1,3); (-1,0); (1,2)$

Die refleksie is 'n lyn wat ewewerig is na A' en B' is $(-2,3)$ en C' is $(-2,2)$.

Let daarop dat die y-koördinate hier dieselfde bly.

A	A'	Refleksie lyn
$(-5,3)$	$(1,3)$	$(-2,3)$

A $-5 - (-2) = -3$
(Skuif 3 na links).

A' $1 - (-2) = 3$
(Skuif 3 na regs).

C	C'	Refleksie lyn
$(-2,0)$	$(1,-2)$	$(-2,2)$

C $-5 - (-2) = -3$
(Skuif 3 na links).

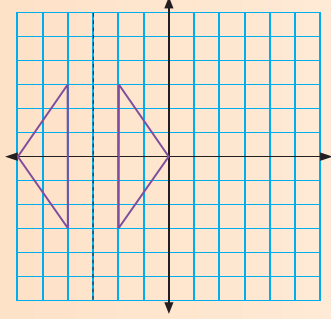
C' $1 - (-2) = 3$
(Skuif 3 na regs).

B	B'	Refleksie lyn
$(-3,6)$	$(-1,0)$	$(-2,0)$

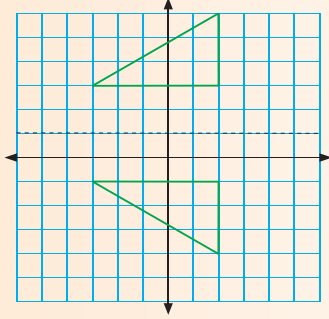
B $-3 - (-2) = -1$
(Skuif 1 na links).

B' $1 - (-2) = 1$
(Skuif 1 na regs).

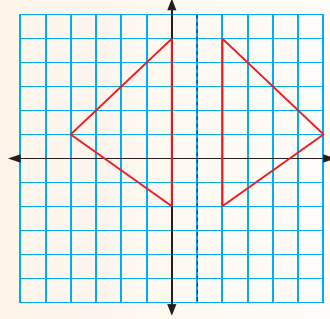
b.



c.

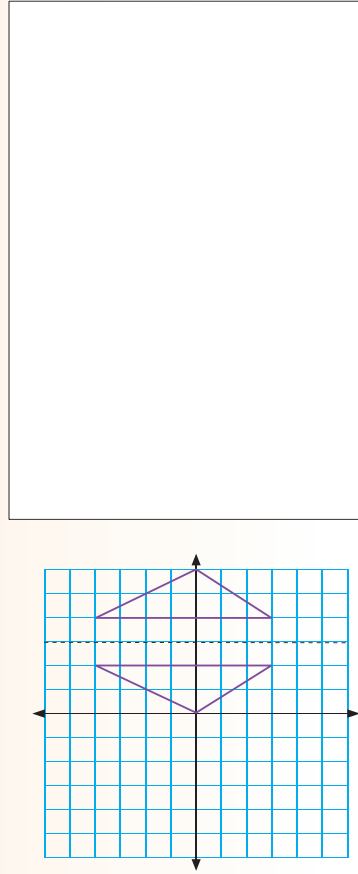


d.



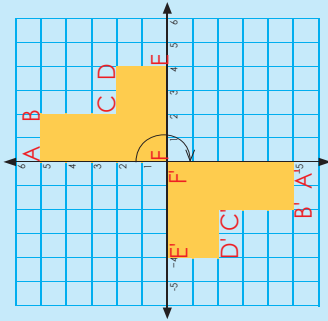
1. **Beskryf** die refleksie deur die voorbeeld in die konsepontwikkeling as riglyn te gebruik. Onthou om jou diagramme te benoem.

a.



Probleemoplossing

Dui 'n figuur aan wat oor enige lyn reflekteer. Skryf die koördinate neer.



Verduidelik hierdie rotasie.

Koördinate vir ABCDEF is:
(0,5); (2,5); (2,2); (4,2); (4,0); (0,0)

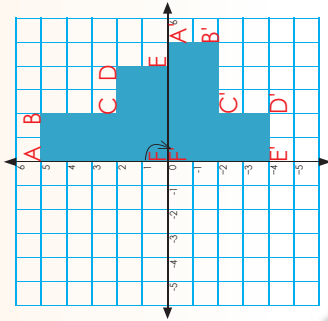
Koördinate vir A'B'C'D'E'F' is:
(0,-5); (-2,-5); (-2,-2); (-4,-2); (-4,0); (0,0)

Die koördinate van ooreenstemmende draaipunte is teenoorgestelde heelgetalle (net die +- en -tekens verskil). Dit is altyd dieselfde vir 180°-rotasies om die oorsprong.

1. Gee nog twee van jou eie voorbeelde om aan te dui dat die koördinate van ooreenstemmende draaipunte teenoorgestelde heelgetalle is (met net die +- en -tekens wat verskil).

2. Rotasie

Gebruik woorde soos geroteer of gedraai, kloksgewys, anti-kloksgewys, rotasiepunt en afstand.



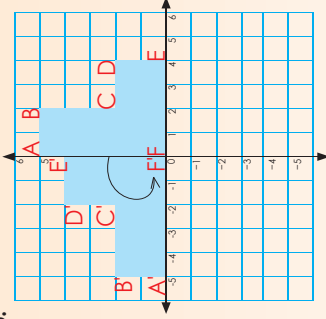
- a. Skryf die koördinate neer vir:

A: _____ A': _____
 B: _____ B': _____
 C: _____ C': _____
 D: _____ D': _____
 E: _____ E': _____
 F: _____ F': _____

- b. Wat merk jy op omtrent die koördinate van ooreenstemmende draaipunte?

- c. Gee nog twee voorbeelde waarin 'n figuur 90° kloksgewys oor die x-as roteer.

3.



- a. Skryf die koördinate neer vir:

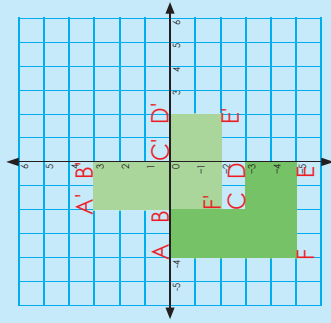
A: _____ A': _____
 B: _____ B': _____
 C: _____ C': _____
 D: _____ D': _____
 E: _____ E': _____
 F: _____ F': _____

- b. Wat merk jy op omtrent die koördinate van ooreenstemmende draaipunte?

- c. Gee nog twee voorbeelde waarin 'n figuur 90° anti-kloksgewys oor die y-as roteer.

Probleemoplossing

Wis 'n figuur wat op 'n Cartesiese rooster roteer. Skryf die koördinate neer.



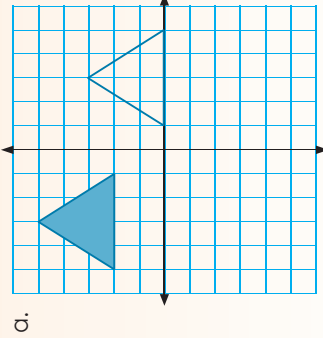
Die koördinate is:
 ABCDEF
 $(-4,0); (-2,0); (-2,-3); (0,-3); (0,-5); (-4,-5)$
 A'B'C'D'E'F' is:
 $(-2,3); (0,3); (0,0); (2,0); (2,-2); (-2,-2)$
 Die translasievektor is 'n vektor wat die lengte en rigting van 'n bepaalde translasie aandui.
 3 opwaarts op die y-as
 2 na regs op die x-as.
 Wat is die translasievektor vir die figuur? 2 na regs beteken +2 en 3 op beteken +3.

Werk in pare om dit te bewys.

Skryf die pare ooreenstemmende draaipunte neer.

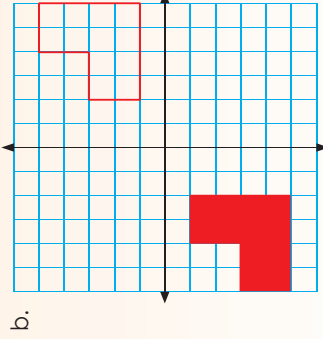
- $(-4,0)$ en $(-2,3)$ • $(-2,-3)$ en $(0,0)$
 $-4 + 2 = -2$ • $-2 + 2 = 0$
- $(0,-3)$ en $(2,0)$ • $(-4,-5)$ en $(-2,-2)$
 $0 + 3 = 3$ • $0 + 2 = 2$
- $(-4,-5)$ en $(-2,-2)$ • $(-4,-5)$ en $(-2,-2)$
 $-4 + 2 = -2$ • $-4 + 2 = -2$
- $(-2,-3)$ en $(0,0)$ • $(-2,-3)$ en $(0,0)$
 $-2 + 2 = 0$ • $-2 + 2 = 0$
- $(-2,-2)$ en $(0,0)$ • $(-2,-2)$ en $(0,0)$
 $-2 + 2 = 0$ • $-2 + 2 = 0$

1. Beskryf die translasie. Onthou om jou diagramme te benoem.



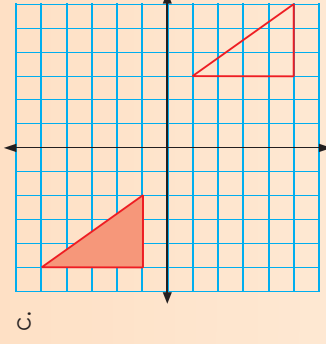
Koördinate

Translasievektor



Koördinate

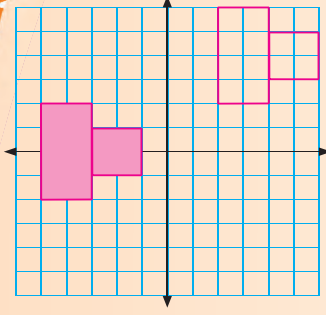
Translasievektor



c.

Koördinate

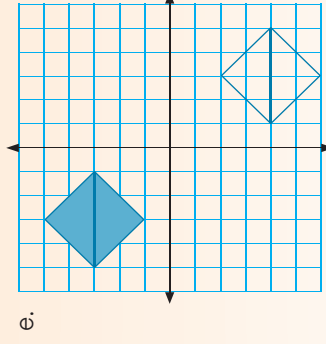
Translasievektor



d.

Koördinate

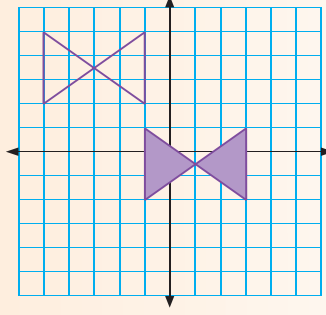
Translasievektor



e.

Koördinate

Translasievektor



f.

Koördinate

Translasievektor

Probleemoplossing

Dui translasies van 'n figuur op die Cartesiese vlak aan. Skryf die koördinate neer.

Beskryf elkeen van hierdie transformasie terme in jou eie woorde:

Refleksie

Oor die x -as

Oor die y -as

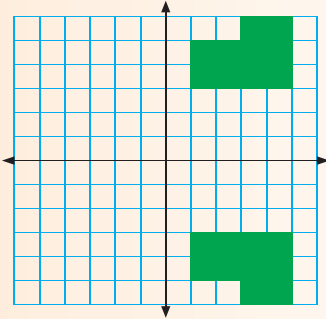
Oor enige lyn

Rotasie

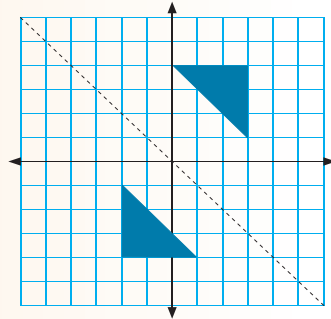
Translasie

1. Beskryf die transformasies. Onthou om jou diagramme en asse te benoem.

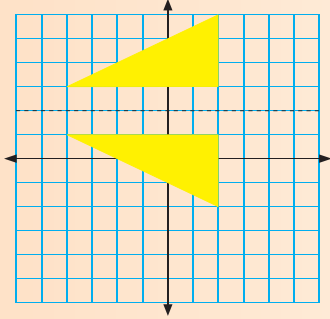
a.



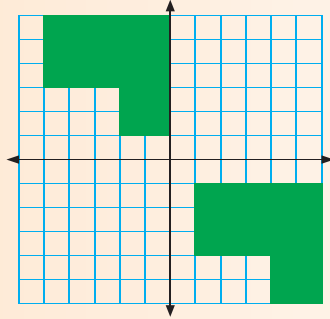
b.



c.



d.



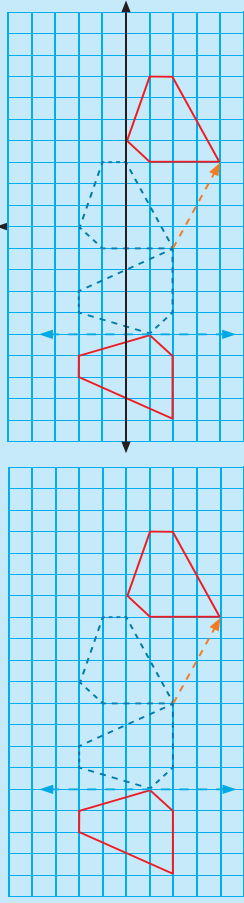
Skryf notas oor dit wat jy moet onthou wanneer jy met transformasies op die Cartesiese vlak werk.

Blank lined area for writing notes on transformations on the Cartesian plane.

Probleemoplossing

Wys refleksie, rotasie en translasie van 'n figuur op 'n Cartesiese vlak en skryf die koördinate neer.

Dui aan dat die figuur en hul beelde kongruent is deur aan die hand van 'n kombinasie van transformasies te beskryf hoe die oorspronklike figuur beweeg het.

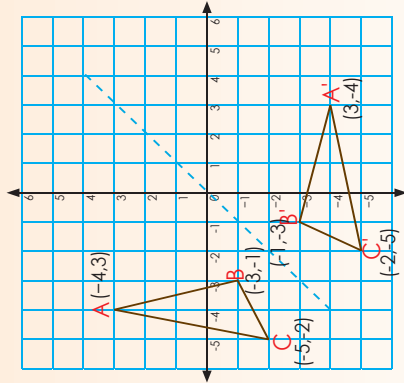


Die figuur word:

- gereflekteer, dan
- gerooteer – kloksgewys deur 90° – en dan
- getransleer – 5 blokkies na links en 2 blokkies af.

Gebruik koördinate om die

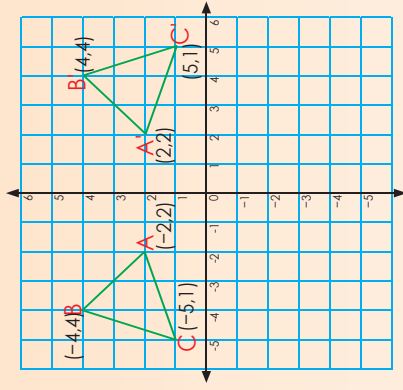
transformasie te beskryf. Jy het die transformasie van links na regs beskryf; verduidelik dit nou van regs na links.



1a. Skryf die koördinate van die meerkundige figuur neer.

b. Wat merk jy op?

c. Watter tipe transformasie is dit?

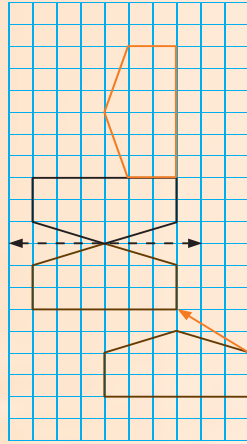


2a. Skryf die koördinate van die meerkundige figuur neer.

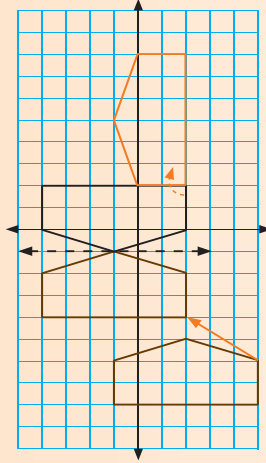
b. Wat merk jy op?

c. Watter tipe transformasie is dit?

3a. Gebruik woorde om hierdie transformasie te beskryf deur by die figuur aan die linkerkant te begin.



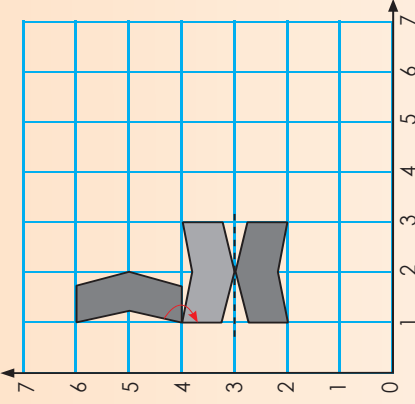
b. Gebruik nou koördinate om die transformasie te beskryf. Benoem die grafiek.



4. Beskryf die transformasie deur by die figuur aan die regterkant te begin.

a. Dui kongruente figuur aan ('n figuur en sy beeld) deur rotasie en refleksie te gebruik.

(Voorbeeld van 'n antwoord:.)

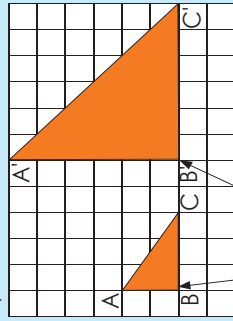


Probleemoplossing

Dui 'n transformasie op die Cartesiese vlak aan deur refleksie, rotasie en translasie te gebruik. Skryf die koördinate neer.

Op hierdie werkkaart gaan jy die skaalfaktor en middelpunt van vergrouting gebruik om die mate van vergrouting uit te werk.

Kyk na hierdie voorbeeld en bespreek dit.



Middelpunt van vergrouting

$$\begin{aligned} A'B' &= 2 \times AB \\ B'C' &= 2 \times BC \\ A'C' &= 2 \times AC \end{aligned}$$

Bereken die oppervlakte en omtrek van die

- oorspronklike driehoek
 - vergroute driehoek
- as een vierkant = $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$.

Let op na hoe ons dit skryf. Ons plaas 'n enkelafkappingsteken (!) nêr elke punt van die vergroute beeld.

Oorspronklike figuur	Vergroute figuur
<p>Omtrek</p> $3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 4,24 \text{ cm} = 10,24 \text{ cm}$ <p>omdat</p> $AC = 3^2 + 3^2 = \sqrt{2 \times 3^2} = \sqrt{4,24}$	<p>Omtrek</p> $6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 8,48 \text{ cm} = 20,48 \text{ cm}$
<p>Oppervlakte</p> $\frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = \frac{9}{2} \text{ cm}^2 = 4\frac{1}{2} \text{ cm}^2$	<p>Oppervlakte</p> $\frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = \frac{36}{2} \text{ cm}^2 = 18 \text{ cm}^2$

Oppervlakte

- Oorspronklike driehoek = $4\frac{1}{2} \text{ cm}^2$
 - Vergroute driehoek = 18 cm^2
- $$18 \text{ cm}^2 \div 4,5 \text{ cm}^2 = 4$$

Omtrek

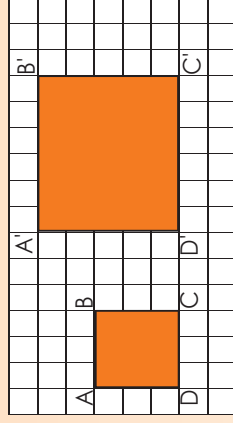
- Oorspronklike driehoek = $10,24 \text{ cm}$
 - Vergroute driehoek = $20,48 \text{ cm}$
- $$20,48 \text{ cm} \div 2 = 10,24 \text{ cm}$$

Die $\sqrt{4} = 2$ (omdat ons met oppervlakte werk).

Die skaalfaktor is 2.

Ons sê dus dat die transformasie 'n **vergrouting** met **skaalfaktor 2** is.

1. Met watter skaalfaktor word die figuur vergroot?
a. Elke vierkant op die blokkiespapier = $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$.



$$A'B' = (2) \times AB = 2 \times 3 = 6$$

$$B'C' = (2) \times BC = \quad = \quad$$

$$C'D' = (2) \times CD = \quad = \quad$$

$$A'D' = (2) \times AD = \quad = \quad$$

Wat is die omtrek en die oppervlakte van:

- die oorspronklike figuur?

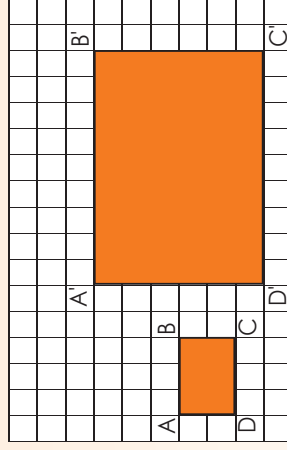
Oppervlakte: _____ Omtrek: _____

- die vergroute figuur?

Oppervlakte: _____ Omtrek: _____

Ons sê dus dat die transformasie 'n **vergrouting** met **skaalfaktor** _____ is.

b. Elke vierkant = $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$



$$A'B' = (3) \times AB = \quad = \quad$$

$$B'C' = (3) \times BC = \quad = \quad$$

$$C'D' = (3) \times CD = \quad = \quad$$

$$A'D' = (3) \times AD = \quad = \quad$$

Wat is die omtrek en die oppervlakte van:

- die oorspronklike figuur?

Oppervlakte: _____ Omtrek: _____

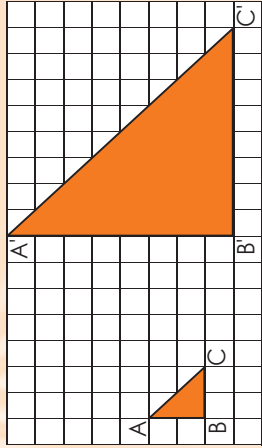
- die vergroute figuur?

Oppervlakte: _____ Omtrek: _____

Ons sê dus dat die transformasie 'n **vergrouting** met **skaalfaktor** _____ is.

Vergroting en verkleining vervolg

c. Elke vierkant = 1 cm x 1 cm



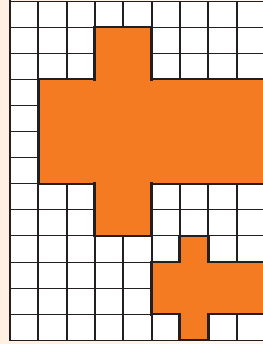
$A'B' = 4 \times AB$
 $B'C' = 4 \times BC$
 $A'C' = 4 \times AC$

Wat is die omtrek en die oppervlakte van:

- die oorspronklike figuur? Oppervlakte: _____ Omtrek: _____
- die vergrote figuur? Oppervlakte: _____ Omtrek: _____

Ons sê dus dat die transformasie 'n **vergroting met skaalfaktor** ____ is.

d. **Met watter skaalfaktor word die figuur vergroot?**



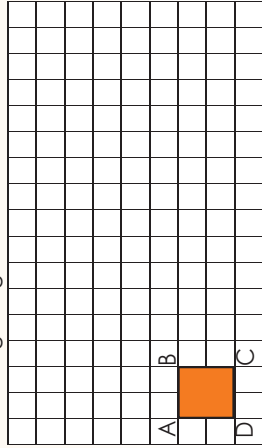
Wat is die omtrek en die oppervlakte van:

- die oorspronklike figuur? Oppervlakte: _____ Omtrek: _____
- die vergrote figuur? Oppervlakte: _____ Omtrek: _____

Ons sê dus dat die transformasie 'n **vergroting met skaalfaktor** ____ is.

3. **Teken die vergroting.**

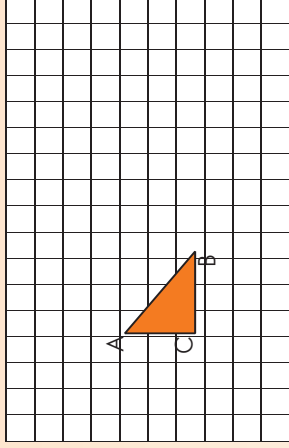
a. 'n Vergroting met skaalfaktor 5



Wat is die omtrek en die oppervlakte van:

- die oorspronklike figuur? Oppervlakte: _____ Omtrek: _____
 - die vergrote figuur? Oppervlakte: _____ Omtrek: _____
- Ons sê dus dat die transformasie 'n **vergroting met skaalfaktor** ____ is.

b. 'n Vergroting met skaalfaktor $2\frac{1}{2}$

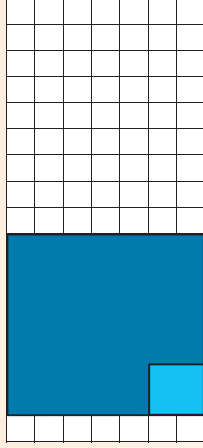


Wat is die omtrek en die oppervlakte van:

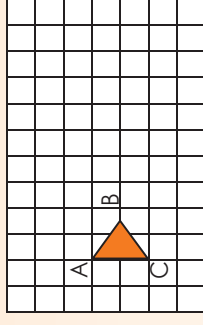
- die oorspronklike figuur? Oppervlakte: _____ Omtrek: _____
- die vergrote figuur? Oppervlakte: _____ Omtrek: _____

Ons sê dus dat die transformasie 'n **vergroting met skaalfaktor** ____ is.

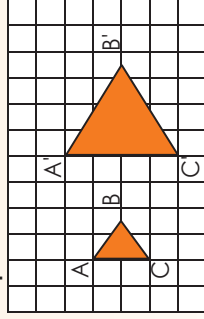
Ons kan ook 'n vergroting soos dié teken.



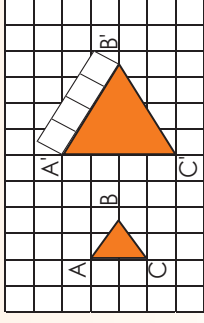
4. **Teken 'n vergroting met skaalfaktor 2.**



Stap 1:



Stap 2:



A'B', B'C' en A'C' is net so lank soos A'C'. Hoe kan ek dit sonder 'n liniaal meet?

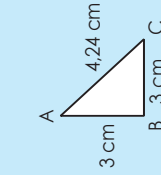
Probleemoplossing

As ek 'n driehoek met sye gelyk aan 3 eenhede met 'n skaalfaktor 4 vergroot, wat sal die lengtes van die sye dan wees? Elke eenheid = 1 cm by 1cm. Wat is die omtrek en die oppervlakte van:

- die oorspronklike figuur? _____
- die vergrote figuur? _____

Kyk na die voorbeelde. Bespreek die volgende:

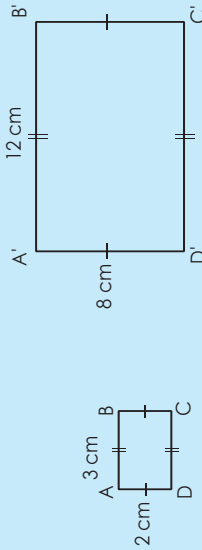
Met watter skaalfaktor word die figuur vergroot? (2)



Werk in pare en bereken die oppervlakte en omtrek van:

- die oorspronklike figuur
- die vergrote figuur

Met watter skaalfaktor word die figuur vergroot? (4)



Werk in pare en bereken die oppervlakte en omtrek van:

- die oorspronklike figuur
- die vergrote figuur

1. Voltooi die volgende.

a. 2,1 cm



i. Vergroot met skaalfaktor 2.



ii. Bereken die omtrek en oppervlakte van:

- die oorspronklike figuur
- die vergrote figuur



iii. Wat merk jy op?



b. 2,5 cm



i. Vergroot met skaalfaktor 2.

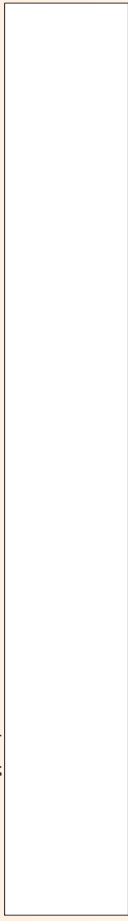


ii. Bereken die omtrek en oppervlakte van:

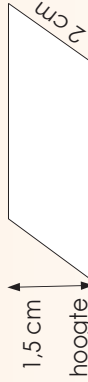
- die oorspronklike figuur
- die vergrote figuur



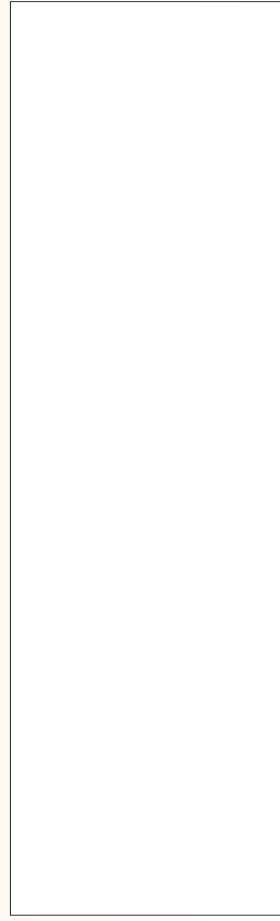
iii. Wat merk jy op?



c.



i. Vergroot met skaalfaktor 2.



Nog vergroting en verkleining vervolg

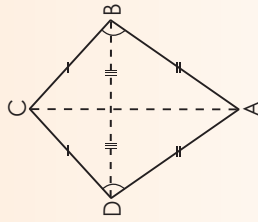
1296

ii. Bereken die omtrek en oppervlakte van:

- die oorspronklike figuur
- die vergrote figuur

iii. Wat merk jy op?

d.



Diagonaal AC = 22,5 cm
Diagonaal BD = 16,5 cm

Wenk: Gebruik Pythagoras se stelling.

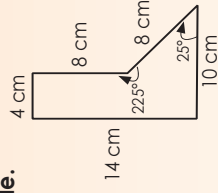
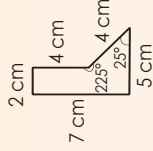
i. Vergroot met skaalfaktor 3.

ii. Bereken die omtrek en oppervlakte van:

- die oorspronklike figuur
- die vergrote figuur

iii. Wat merk jy op?

2. Voltooi die volgende.



a. Met watter skaalfaktor word die figuur vergroot? _____

b. Bereken die omtrek en oppervlakte van:

- die oorspronklike figuur
- die vergrote figuur

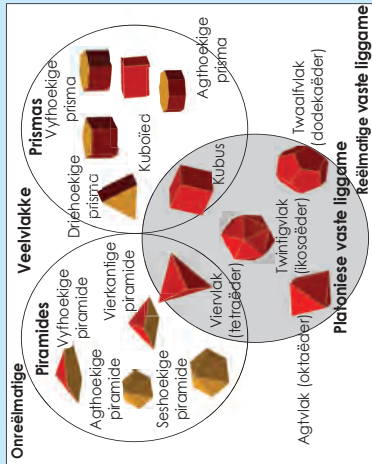
Probleemoplossing

Vergroot jou antwoord op vraag 1b met skaalfaktor 3.

Verklein jou antwoord op vraag 1b met skaalfaktor 3.

Wat merk jy op?

Kyk na hierdie Venn-diagram oor poliëders. Bespreek dit.



Platoniese vaste liggame: 'n Versameling van vyf reëlmatige konvekse veelvukke (poliëders) wat almal identiese vlakke en dieselfde aantal kante het wat mekaar by elke hoekpunt sny: viervlak (tetraëder), kubus, agtvlak (oktaëder), twaalfvlak (dodekaëder) en twinigvlak (ikosaëder) (met onderskeidelik 4, 6, 8, 12 en 20 vlakke).

1. Wat is 'n reëlmatige veelvlak?

a. Hoeveel reëlmatige veelvukke bestaan daar? _____

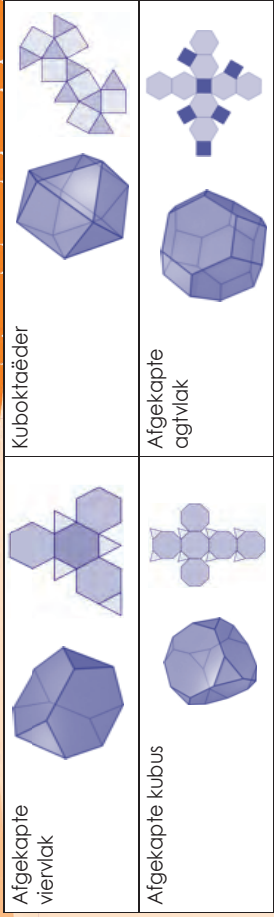
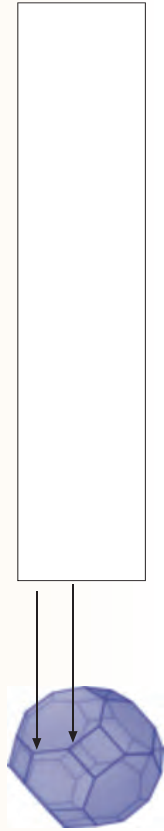
b. Uit watter poligone (veelhoek) bestaan dit? Wat word dit genoem?



2. Semi-reëlmatige of Archimediese vaste liggame

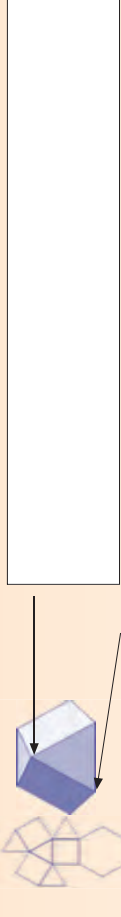
a. Kyk na hierdie voorbeelde van Archimediese vaste liggame.

i. Wat merk jy op?



ii. Hoekom dink jy word dit "semi-reëlmatige" vaste liggame genoem?

b. Kyk na die Johnsonse vaste liggame. Wat merk jy op?



Vierkantige piramide	Vierkantige piramide	Vierhoekige piramide
Driehoekige koepel	Driehoekige koepel	Vierkantige koepel

3. Wat is die verskil tussen Platoniese, Archimediese en Johnsonse vaste liggame?

Archimediese vaste liggame

Johnsonse vaste liggame

Probleemoplossing

Soek na nog twee Archimediese en Johnsonse vaste liggame. Benoem en beskryf elkeen.

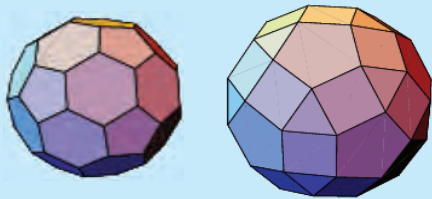
Lees na oor die Archimediese en Johnsonse vaste liggamme. Som dit in jou eie woorde op.

Archimediese vaste liggamme

'n Versameling van 13 hoogs simmetriese, semi-reëlmatige konvekse veelvlakke wat bestaan uit twee of meer tipes niesnydende reëlmatige veelhoeke (poligone) wat mekaar by identiese hoekpunte sny met alle sye ewe lank (buiten reëlmatige prisma's en anti-prisma's asook die langwerpige, vierkantige, draaiende koepel (gyrobicupola)).

Johnsonse vaste liggamme

'n Versameling van 92 konvekse veelvlakke met reëlmatige vlakke en gelyke kantlengtes, maar waarvan reëlmatige veelhoekvlakke mekaar **nie** by identiese hoekpunte sny nie (buiten die volkome reëlmatige Platoniese vaste liggamme en die semi-reëlmatige Archimediese vaste liggamme asook die groot reeks prisma's en anti-prisma's.)



1. Hoe weet jy dat 'n oppervlak 'n platvlak is?

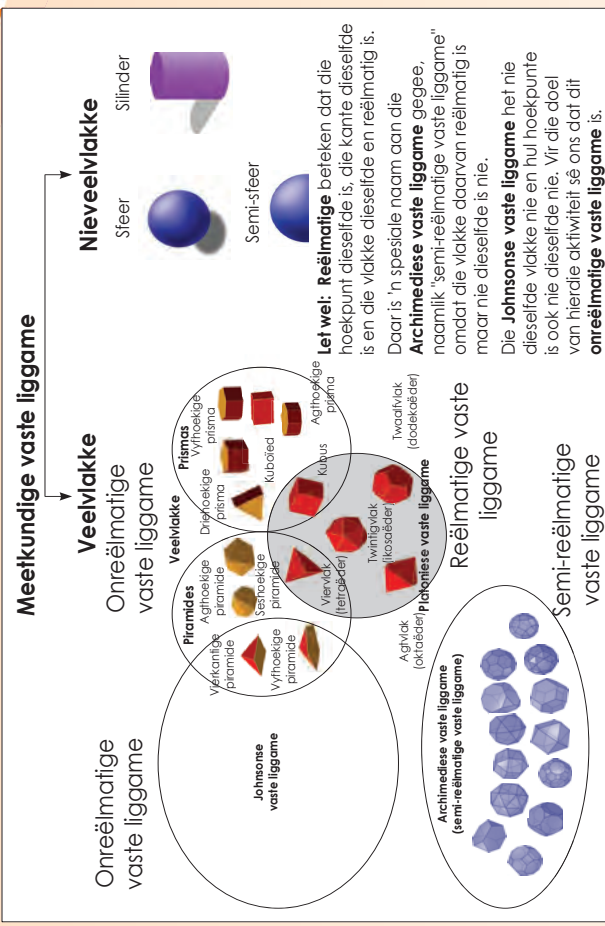
2a. Ons weet nou dat ons sfer, silinders en hemisfere in hul eie kategorie kan klassifiseer. Hoekom?



b. Wat dink jy is 'n hemisfeer?



3. Gebruik die diagram om die vrae te beantwoord.



a. Noem vyf reëlmatige vaste liggamme.

b. Noem vyf onreëlmatige vaste liggamme.

c. Noem vyf semi-reëlmatige vaste liggamme.

d. Noem vyf veelvlakke.

e. Noem drie nieveelvlakke.

Probleemoplossing

Gee vyf voorbeelde van nieveelvlakke in jou alledaagse lewe.

Reëlmatige en niereëlmatige veelvlakke en nieveelvlakke

Beskryf elkeen van die volgende:

Reëlmatige veelvlakke

Niereëlmatige veelvlakke

Nieveelvlakke

1. Dui aan of die volgende reëlmatig of onreëlmatig is.



















2. i. Identifiseer die verskillende meerkundige vaste liggame in die foto's, byvoorbeeld kubus, hemisfeer, silinder, driehoekige prisma, ensovoorts.
 ii. Dui ook aan of elkeen:

- 'n reëlmatige of onreëlmatige veelvlak is of
- nie 'n veelvlak is nie



i. _____

ii. _____



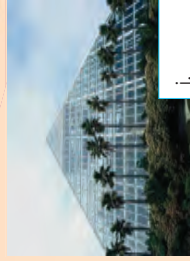
i. _____

ii. _____



i. _____

ii. _____



i. _____

ii. _____



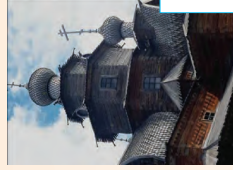
i. _____

ii. _____



i. _____

ii. _____



i. _____

ii. _____



i. _____

ii. _____



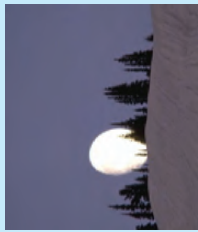
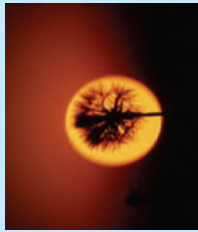
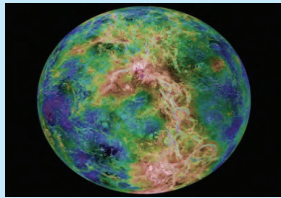
i. _____

ii. _____

Probleemplossing

Hoekom dink jy dat 'n hemisfeer en die vaste liggame hierbo nie dieselfde is nie?

Kyk na die volgende prente. Identifiseer die meerkundige voorwerp(e) en benoem dit dan.



1. Kyk na hierdie antieke ruïnes. Wat is 'n soortgelyke kenmerk in al die prente?

a.



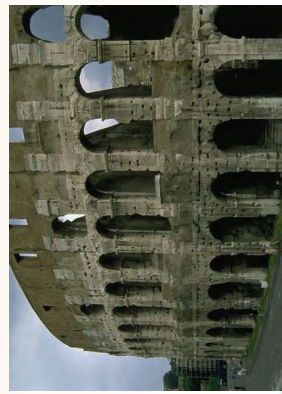
b.



c.



2.



a. Watter gebou is dit?

b. Watter vaste liggaam neem jy waar?

3. Ons kan die mooiste patrone in die natuur sien. Beskou die volgende patrone in die natuur en kyk of jy uit elke 'n veelvlak kan skep. Jy hoef nie die veelvlak te benoem nie.

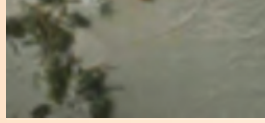
Blomme



a.



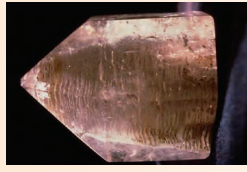
b.



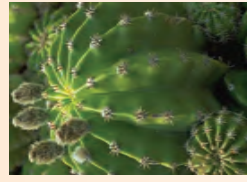
c.

In die see

e. Klippe



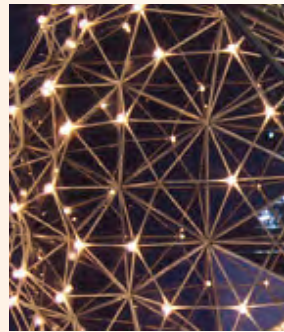
f. Planite



d.



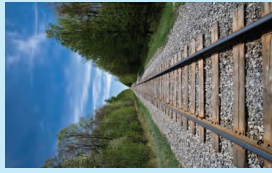
4. Kyk na hierdie argitektoniese struktuur. Hoekom sê ons die veelvlak is konkaf?



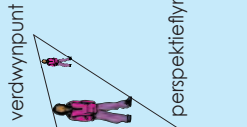
Probleemoplossing

Konkaaf beteken na binne gebuig en konkav beteken na buite gekrom. Verduidelik dit deur die prente in hierdie werkkaart te gebruik.

Kyk na hierdie foto's en beantwoord dan die vrae. Is hierdie reïnspre parallel aan mekaar?

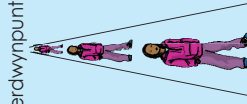


As ons die spore van bo af sou beskou, sou ons wel parallelle lyne sien.



verdwynpunt

perspektieflyn



verdwynpunt

Wat is besig om met hierdie meisie te gebeur? Word sy fisies kleiner?

1. Gebruik 'n potlood, 'n linaal en 'n uitveër. Volg die instruksies en doen die volgende:

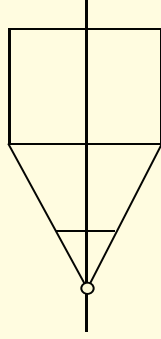
<p>Step 1: Trek 'n horisontale lyn.</p>	<p>Step 2: Kies 'n verdwynpunt. Jy kan op enige plek op hierdie lyn 'n punt kies; dit maak nie werklik saak nie. (Jou resultate sal net verskillend lyk na gelang van waar jy die punt geplaas het.)</p> <p>verdwynpunt</p>
<p>Step 3: Trek perspektieflyne. (Trek die perspektieflyne liggies sodat jy dit maklik weer kan uitveër.) Trek een lyn met jou linaal van die verdwynpunt af na buite. Hierdie lyn is die onderkant van jou gebou. Trek nou die boonste lyn. Dit sal die basis van een muur van die huis vorm.</p> <p>perspektieflyn</p>	<p>Step 4: Trek twee vertikale lyne wat die onderste en die boonste lyne verbind. Een muur van jou struktuur is nou klaar.</p> <p>verbindingslyn</p> <p>verbindingslyn</p>

Voordat jy met stap 5 aangaan, beantwoord eers die volgende vrae.

- Is die verbindingslyne ewe lank?
- Hoekom dink jy is daar een lang en een kort lyn?

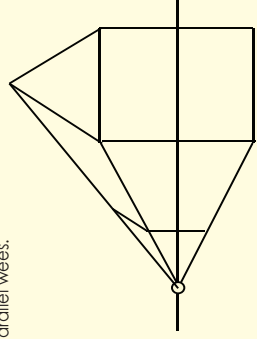
Note: Die boonste perspektieflyn beweeg verby die verbindingslyn. Vee die verlengde lyn uit omdat jy dit nie nodig het nie. Wanneer jy voorwerpe in 'n eenpuntperspektief teken, kom tekenlyne wat te lank of te kort is, algemeen voor. Jy moet maar die nodige aanpassings doen.

Step 5: Vorm die voorkant van die perspektiefvoorwerp. Trek twee horisontale lyne ewe ver van die bokant en die onderkant van die naaste deel van die muur af. Verbind hierdie twee nuwe lyne met 'n ander vertikale lyn.

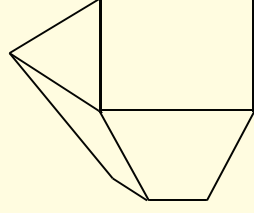


Wat jy tot dusver gedoen het, is om 'n kuboid te teken. Jy moet dit dalk arseer sodat jy dit duideliker kan sien. Dit is wat ons 'n eenvoudige eenpuntperspektief-tekening noem.

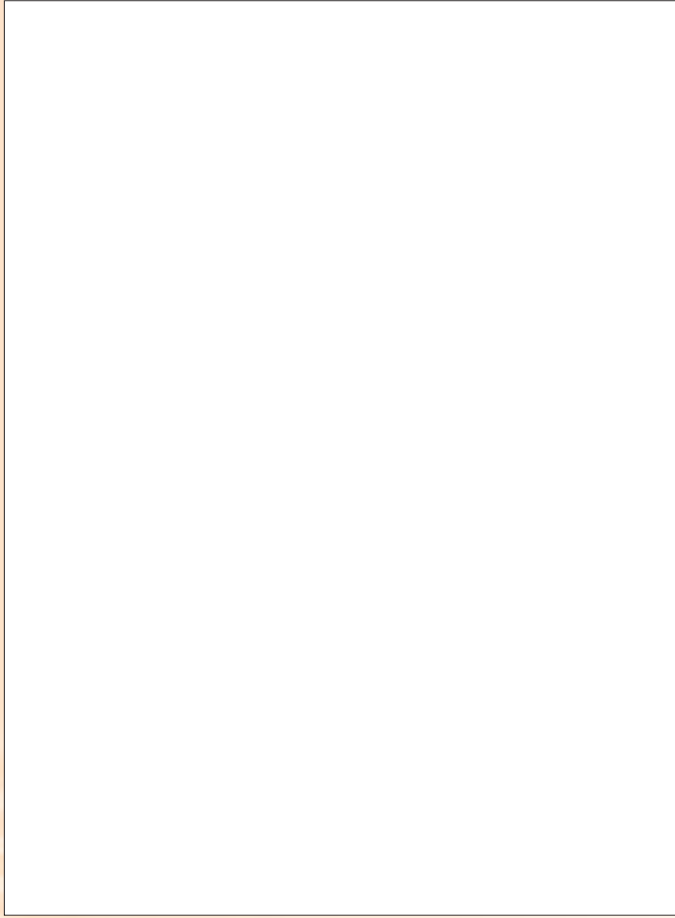
Step 6: Trek die dak se lyn. Trek twee diagonale lyne vanaf die boonste hoekpunte van die voorkant van die vierkant (en skip so 'n driehoek). Trek 'n lyn vanwaar die lyne mekaar in die rigting van die verdwynpunt ontmoet. Trek nog 'n diagonale lyn wat die verste punt van die vierkant verbind met die lyn wat jy pas getrek het en wat in die rigting van die verdwynpunt beweeg. Probeer sorg dat hierdie diagonale lyn dieselfde hoek het as die lyn wat dit aan die voorkant ontmoet. Hierdie twee lyne moet parallel wees.



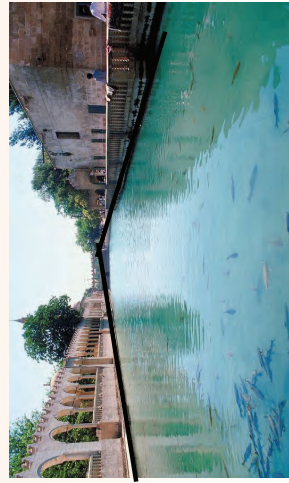
Step 7: Maak die tekening netjies. Vee enige onnodige perspektieflyne uit, byvoorbeeld die lyne wat langer is in die rigting van die verdwynpunt en die horisonlyn.



2. Pas hierdie kennis (tekenmetode) toe om iets ongelooflik te teken. (Onthou, hoe meer jy hierdie kennis toepas, hoe beter sal jou tekening word.)


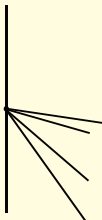
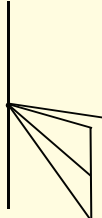
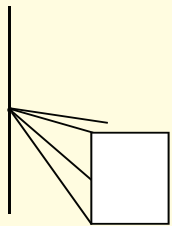
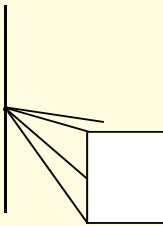
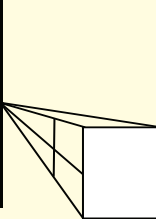
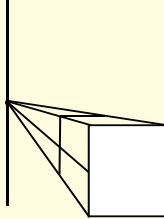
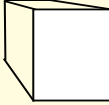


3. Kyk na die foto's. Dui die verdwynpunte en die perspektieflyne op die foto's aan.



Onthou dat ons in die vorige aktiwiteit op die eenpuntperspektief gekonsentreer het. In hierdie aktiwiteit gaan ons kyk na wat 'n tweepuntperspektief is.

4. Voordat ons die tweepuntperspektief bespreek, gaan ons 'n kubus teken deur die eenpuntperspektief te gebruik.

<p>Stap 1: Trek die horisontale lyn en die verdwynpunt.</p> 	<p>Stap 2: Trek twee pare perspektieflyne. Let op dat ons meer as twee perspektieflyne het, maar steeds net een verdwynpunt.</p> 
<p>Stap 3: Trek 'n horisontale lyn om drie van die perspektieflyne te verbind, soos in die tekening getoon word.</p> 	<p>Stap 4: Trek 'n vierkant deur die horisontale lyn wat in stap 3 getrek is, te gebruik.</p> 
<p>Stap 5: Skat waar jy dink die agterkant van die kubus gaan wees en trek dan daardie horisontale lyn.</p> 	<p>Stap 6: Verleng die perspektieflyn aan die regterkant.</p> 
<p>Stap 7: Trek 'n vertikale lyn van die agterkant (horisontale lyn) van die kubus af na die perspektieflyn ver aan die regterkant.</p> 	<p>Stap 8: Vee die lyne uit wat jy nie nodig het nie.</p> 

5. Dui die verdwynpunt en perspektieflyne aan.



a.



b.

6. Kyk na hierdie twee foto's en dui die twee verdwynpunte aan.



a.



b.

7. Teken 'n kubus deur die tweepuntperspektief te gebruik.

<p>Stap 1: Trek die horisontale lyn en twee verdwynpunte.</p>	<p>Stap 2: Trek vier perspektieflyne vanaf elke verdwynpunt tot waar dit mekaar sny.</p>
<p>Stap 3: Verleng die eerste twee perspektieflyne totdat dit die tweede paar perspektieflyne bereik.</p>	<p>Stap 4: Trek vertikale lyne van waar die perspektieflyne in stap 3 ophou, tot waar dit die laaste paar perspektieflyne bereik.</p>
<p>Stap 5: Trek 'n lyn van waar die tweede perspektieflyne mekaar sny, tot waar die laaste perspektieflyne mekaar sny.</p>	<p>Stap 6: Vee die onnodige lyne uit.</p>

8a. Kyk na hierdie prent en dui die verdwynpunte aan.



b. Noem al die meerkundige vaste liggame waaruit hierdie gebou bestaan.
 c. Uitgebreide geleentheid: Teken die kasteel hierbo deur 'n horisontale lyn, verdwynpunte, perspektieflyne, vertikale lyne, ensovoorts, te gebruik.

9. Volg die stappe om twee kuboiede te teken wat soos geboue lyk.

<p>1. Trek 'n horisontale lyn. Tel twee verdwynpunte by.</p>	<p>2. Trek 'n vertikale loodlyn aan die horisontale lyn. Maak seker dat dit in die middel van die lyn is en korter is as die horisontale lyn.</p>
<p>3. Trek perspektieflyne van die vertikale lyn na die verdwynpunte. Gebruik die diagram as riglyn.</p>	<p>4. Trek nou twee lyne parallel aan die vertikale lyn, een aan die linkerkant en een aan die regterkant.</p>
<p>5. Vee die onnodige lyne uit, soos in die tekening hierna.</p>	<p>6. Jy het nou jou eerste kuboied. Verleng weer die linkerkantse perspektieflyne. Besluit waar jy jou tweede kuboied wil teken. Dit moet aan die linkerkant wees. Trek 'n vertikale lyn van die boonste na die onderste perspektieflyn.</p>
<p>7. Verleng die perspektieflyne aan die regterkant na waar jou tweede kuboied begin. Trek nog 'n vertikale lyn aan die linkerkant wat die ander kant van jou kuboiede aandui.</p>	<p>8. Vee die lyne uit, soos in die prent getoon word.</p>

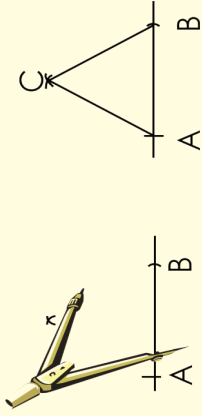
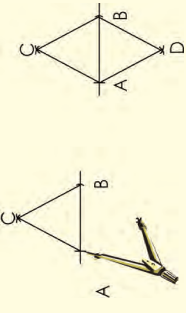
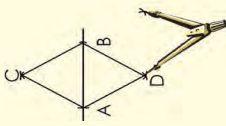
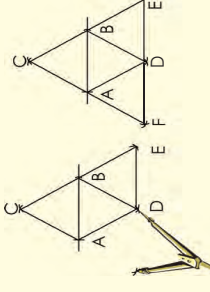
Uitgebreide geleentheid: Indien dit geboue was, voeg nog 'n gebou by die tekening. Maak seker dit is in perspektief.

Probleemoplossing

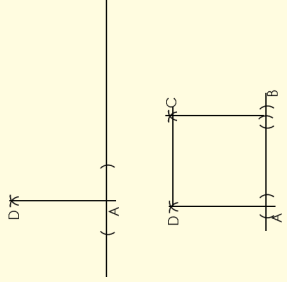
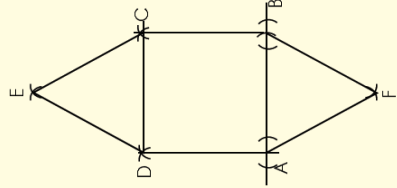
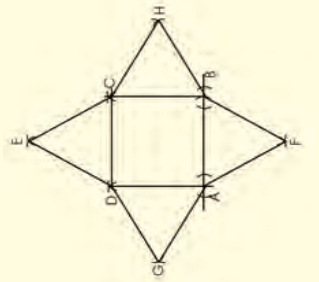
Maak jou eie perspektieftekening deur van perspektieflyne en 'n verdwynpunt gebruik te maak.

Skryf die belangrikste punte neer wat jy moet onthou wanneer jy figure konstrueer.

1. Konstrueer 'n net vir 'n viervlak

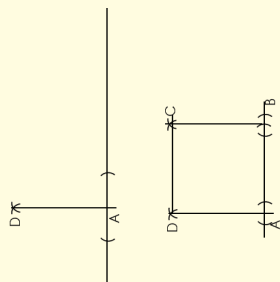
<p>Stap 1: Konstrueer 'n gelyksydige driehoek. Noem dit ABC.</p> 	<p>Stap 2: Konstrueer nog 'n gelyksydige driehoek met een basis wat aan basis AB van die eerste driehoek verbind.</p> 
<p>Stap 3: Konstrueer nog 'n driehoek deur BD as basis te gebruik.</p> 	<p>Stap 4: Konstrueer nog 'n driehoek deur AD as basis te gebruik. Verbind F en D.</p> 

2. Konstrueer 'n net vir 'n vierkantige piramide

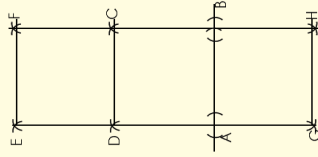
<p>Stap 1: Konstrueer twee loodregte lyne. AD en AB moet ewe lank wees. Gebruik jou passer om dit te meet. Konstrueer vierkant ABCD op grond hiervan.</p> 	<p>Stap 2: • Gebruik AB as basis en konstrueer 'n driehoek. • Gebruik DC as basis en konstrueer 'n driehoek.</p> 	<p>Stap 3: • Gebruik DA as basis en konstrueer 'n driehoek. • Gebruik BC as basis en konstrueer 'n driehoek.</p> 
--	---	--

3. Konstrueer 'n net vir 'n driehoekige prisma.

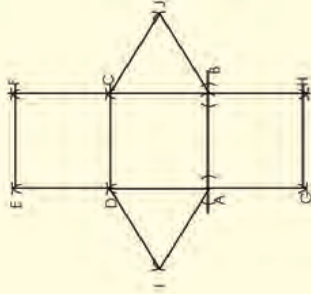
Stap 1:
Konstrueer twee loodregte lyne. Die AD en AB kan ewe lank wees, of die een kan langer wees om 'n reghoek te vorm. Gebruik jou passer om dit te meet. Konstrueer reghoek ABCD op grond hiervan.



Stap 2:
• Gebruik AB as basis en konstrueer nog 'n vierkant (of reghoek).
• Gebruik DC as basis en konstrueer 'n vierkant (of reghoek).

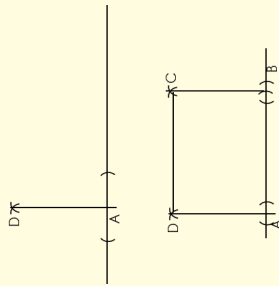


Stap 3:
• Gebruik DA as basis en konstrueer 'n driehoek.
• Gebruik BC as basis en konstrueer 'n driehoek.

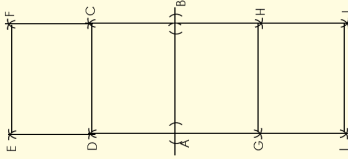


4. Konstrueer 'n net vir 'n reghoekige prisma.

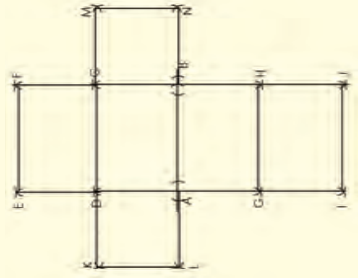
Stap 1:
Konstrueer twee loodregte lyne. Die afstand tussen A en B moet langer wees as die afstand tussen D en A. Gebruik jou passer om dit te meet. Konstrueer reghoek ABCD op grond hiervan.



Stap 2:
• Gebruik DC as basis en konstrueer nog 'n reghoek hierbo.
• Gebruik AB as basis en konstrueer nog 'n reghoek hieronder. Noem die nuwe punte G en H.
• Gebruik GH as basis en konstrueer nog 'n reghoek.



Stap 3:
• Gebruik DA as basis om 'n vierkant te konstrueer.
• Gebruik CB as basis om 'n vierkant te konstrueer.


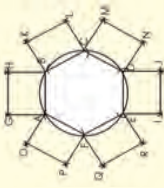
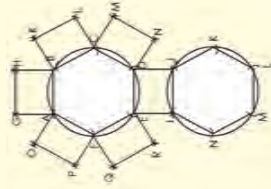


Doen dit

Konstrueer nou al die figure op karton, knip dit uit en maak dan die meerkundige voorwerpe.

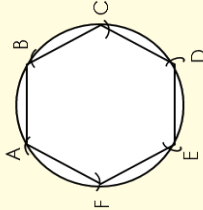
Jy het op die vorige werkkaart nette gekonstrueer. Watter foute het jy begaan en hoe gaan jy dit op hierdie werkkaart kan regstel?

1. Konstrueer 'n seshoekige prisma.

<p>Stap 1: Konstrueer 'n seshoek ABCDEF.</p> 	<p>Stap 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gebruik AB as basis en konstrueer 'n reghoek. • Gebruik BC as basis en konstrueer 'n reghoek. • Gebruik CD as basis en konstrueer 'n reghoek. • Gebruik DE as basis en konstrueer 'n reghoek. <p>Noem dit EDJI.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gebruik EF as basis en konstrueer 'n reghoek. • Gebruik FA as basis en konstrueer 'n reghoek. <p>Let wel! Die reghoeke kan ook vierkante wees.</p> 	<p>Stap 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gebruik IJ as basis om nog 'n seshoek te konstrueer. 
---	--	--

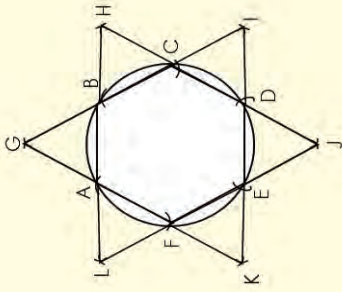
2. Konstrueer van 'n seshoekige prisma

Stap 1:
Konstrueer 'n seshoek ABCDEF.



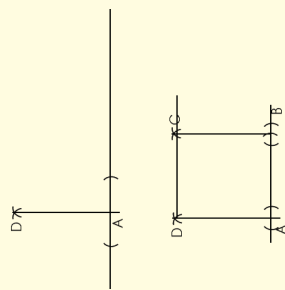
Stap 2:

- Gebruik AB as basis en konstrueer 'n driehoek
- Gebruik BC as basis en konstrueer 'n driehoek
- Gebruik CD as basis en konstrueer 'n driehoek
- Gebruik DE as basis en konstrueer 'n driehoek
- Gebruik EF as basis en konstrueer 'n driehoek
- Gebruik FA as basis en konstrueer 'n driehoek



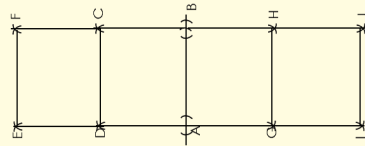
3. Konstrueer 'n kubus.

Stap 1:
Konstrueer twee loodregte lyne. Die lengte tussen A en B moet dieselfde wees as die lengte tussen D en A. Gebruik jou passer om dit te meet. Konstrueer vierkant ABCD op grond hiervan.



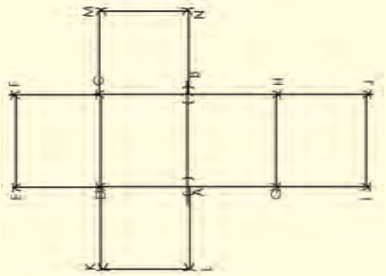
Stap 2:

- Gebruik DC as basis en konstrueer nog 'n vierkant.
- Gebruik AB as basis en konstrueer nog 'n vierkant. Noem die nuwe punte G en H.
- Gebruik GH as basis en konstrueer nog 'n vierkant.



Stap 3:

- Gebruik DA as basis en konstrueer 'n vierkant.
- Gebruik CB as basis en konstrueer 'n vierkant.

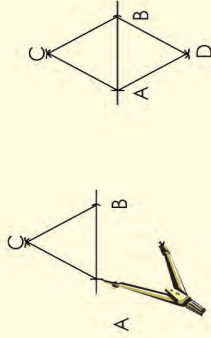


4. Konstrueer 'n agtvlak.

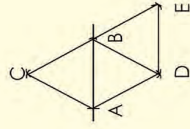
Stap 1:
Konstrueer 'n gelyksydige driehoek. Noem dit ABC.



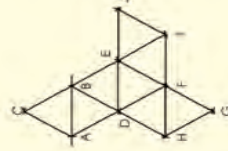
Stap 2:
Konstrueer nog 'n gelyksydige driehoek met een basis wat aan basis AB van die eerste driehoek verbind is.



Stap 3:
Konstrueer nog 'n driehoek deur BD as basis te gebruik.

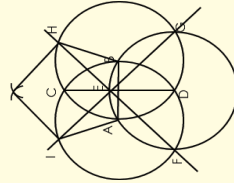


Stap 4:
Hou aan om driehoekte te konstrueer totdat jy die net voltooi het.

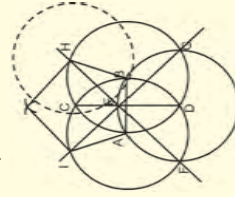


5. Konstrueer 'n net vir 'n agtvlak.

Stap 1:
Konstrueer 'n vyfhoek.



Stap 2:
Laat H die middelpunt van die volgende sirkel wees om die volgende vyfhoek te konstrueer.



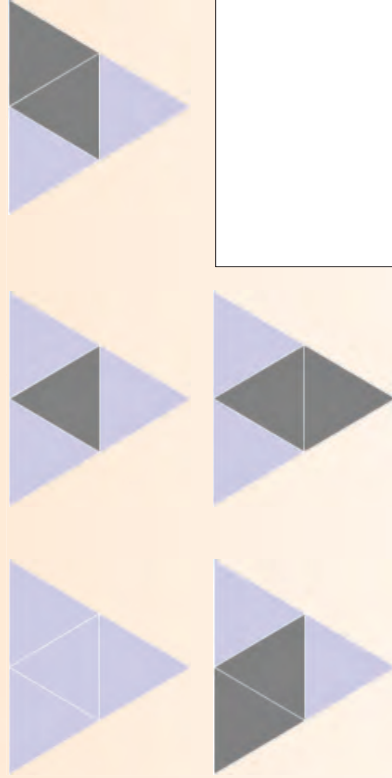
6. Projek

Jy het verskeie geleenthede gehad om stap vir stap deur konstruering te werk. Jy gaan nou in hierdie aktiwiteit jou eie meerkundige vaste liggaam kies en 'n net daarvoor ontwerp. Moenie vaste liggame kies wat vir jou te moeilik of baie maklik is om te konstrueer nie. Jy moet:

- die net ontwerp en konstrueer
- dit op karton affrek en dan uitknip
- dit vou om 'n vaste liggaam daaruit te maak

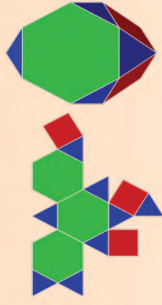
7.a. Vinnige aktiwiteit

Kyk na die net vir die viervlak. Jy gaan in hierdie aktiwiteit transformasie gebruik om te beskryf hoe 'n viervlak se net lyk.



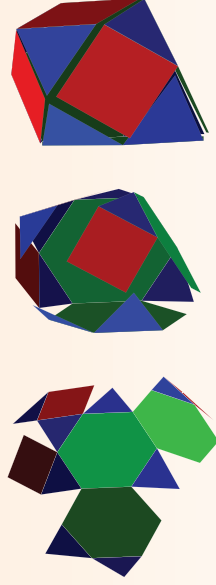
b. Beskryf die net wat jy in vraag 6 gemaak het op dieselfde manier as waarop jy die net vir die viervlak beskryf het. Staaf dit wat jy sê met 'n paar tekeninge van jou net.

c. **Vinnige aktiwiteit:** Kyk na hierdie net vir 'n Johnsonse vaste liggaam. Verduidelik die vlakke in jou eie woorde.



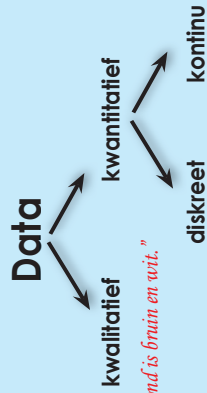
d. Beskryf die vorms waaruit jou net in vraag 6 bestaan op dieselfde manier as in die voorbeeld hierbo.

Vinnige aktiwiteit: Kyk na wat gebeur met die hoeke wanneer die net gevou word om 'n meerkundige vaste liggaam te vorm. Beskryf die hoekpunte.



e. Beskryf die hoekpunte van jou selfgemaakte net.

Data is 'n versameling feite soos waardes of metings wat ons insamel om 'n probleem op te los, 'n navorsingsvraag te beantwoord of hipotese te staaf.



"Die hond is bruin en wit."

"Die hond het vier bene."

"Die hond weeg 23,5 kg."

Data kan kwalitatief of kwantitatief wees.

- **Kwalitatiewe data** is beskrywende inligting (dit beskryf iets).
Kwalitatief → Gehalte
- **Kwantitatiewe data** is numeriese inligting (getalle).
Kwantitatief → Hoeveelheid

Voorbeeld:

Kwalitatiewe data handel oor beskrywings. Data kan waargeneem word maar nie gemeet word nie. Kleure, teksture, reuke, smake, voorkoms en skoonheid is voorbeelde hiervan.

Kwantitatiewe data handel oor getalle. Dit is data wat gemeet kan word. Lengte, hoogte, oppervlakte, volume, gewig, spoed, tyd, temperatuur, humiditeit, klankpele, koste, lede en ouderdomme is voorbeelde hiervan.



Watter data kan jy uit 'n koppie tee insamel? Klassifiseer die data in kwalitatiewe data en kwantitatiewe data.

Kwalitatiewe	Kwantitatiewe
Voorkoms	Die gram tee wat gebruik is
Reuk	Temperatuur waarteen dit bedien word
Smaak	Koste per koppie
Bedien in 'n koppie	Grootte van koppie

Jy het in graad 8 van diskrete en kontinue data geleer. Klassifiseer die antwoorde in die vorige tabel as "kontinue data" of "diskrete data".
Wat merk jy op?
Antwoord:

Kwalitatiewe		Kwantitatiewe	
Voorkoms	•	Die gram tee wat gebruik is	Diskrete
Reuk	•	Temperatuur waarteen dit bedien word	Diskrete
Smaak	•	Koste per koppie	Diskrete
Bedien in 'n koppie	•	Grootte van koppie	Diskrete

Ons kan slegs **kwantitatiewe** data as diskreet of kontinuu klassifiseer.

Sodra 'n navorsingshipotese gestel is, is die volgende stap om aan te dui watter metode toepaslik en effektief sal wees om data in te samel.

Data kan by verskeie bronne ingesamel word deur verskillende metodes te gebruik.

Voorbeelde van databronne:

Dokumente

- Historiese dokumente (primêre data)
- Dagboeke
- Literatuurtoersigte (sekondêre data)
- Inhoudsontfelings

Waarnemings

- Deelnemende waarnemers
- Gevallestudies

Opnames

- Vraelyste
- Onderhoude
- Fokusgroepe

Ekperimentele data

- Ware eksperimentele ontwerpe
- Kwasi-ontwerpe (simulering)

Ander veldmetodes

- Fokusgroepe

Benadering van meervoudige metodes

- 'n Kombinasie van metodes

Bespreek in groepe watter data-insamelmetsode julle sou kies om die volgende te bepaal:

- Watter radiostasie is die gewildste in jul skool?
- Watter radiostasie is die gewildste in jul dorp?
- Die aartappelproduksie oor die afgelope tien jaar in Suid-Afrika
- Die werkloosheidskoers oor die afgelope tien jaar
- Die gunstelingmotormodel in jul buurt
- Of al die graad 12-leerders universiteit toe sal gaan nadat hulle hul skoolloopbaan voltooi het

1. Stel vas of die data kwalitatief of kwantitatief is:

- a. Die kleure van motors op 'n perseel met gebruikte motors

- b. Die nommers op die hemde van 'n meisiesokkerspan

- c. Die aantal sitplekke in 'n filmteater

- d. 'n Lys van huisnommers in jou straat

- e. Die ouderdomme van 'n steekproef van 350 werknemers van 'n groot hospitaal.

2. Verduidelik watter sydigheid daar ter sprake is wanneer jy navorsing geheel en al aanlyn doen.

3. Identifiseer die populasie of steekproef, en beskryf en regverdig dan jou keuse van databron en data-insamelingsmetode ten einde die volgende vas te stel:

- a. Die aantal huishoudings in Suid-Afrika met toegang tot die internet.

- b. Die gemiddelde gewig van die mense wat die plaaslike winkel- of inkopiesentrum besoek.

Ontwerp 'n opname

Jou skool het besluit om by 'n papierherwinningsprojek betrokke te raak.

Werk 'n plan uit om tred te hou met jou skool se papierherwinningsprojek.

Waar en hoe gaan jy jou inligting verkry?

Mak seker dat elke klas die papier wat ingesamel word, soos volg sorteer: wit papier, koerante, kartonne en ander.

Jy moet data per kategorie per klas insamel om vas te stel wie die meeste papier tydens die veldtog versamel het.

Hersien:

Maatstaf	Definisie	Hoe om dit te bereken	Voorbeeld Datastel: 2, 2, 3, 5, 5, 7, 8
Gemiddelde	Die gemiddelde is die totaal van die getalle gedeel deur hoeveel getalle daars is.	Om die gemiddelde te bereken, moet jy al die data optel en hierdie totaal dan deur die aantal waardes in die data deel.	As ons die getalle optel, kry ons: $2 + 2 + 3 + 5 + 5 + 7 + 8 = 32$ Daar is sewe waardes, dus deel jy die totaal deur 7: $32 \div 7 = 4,57 \dots$ Die gemiddelde is dus 4,57.
Mediaan	Die mediaan is die middelwaarde in 'n reeks getalle.	Om die mediaan te bereken, moet jy die waardes in volgorde rangskik en dan die middelwaarde bepaal. As daar twee waardes in die middel is, dan bereken jy die gemiddelde van hierdie twee waardes.	Die getalle in volgorde: 2, 2, 3, (5), 5, 7, 8 Die middelwaarde word tussen hakies aangedui en dit is 5. Die mediaan is dus 5.
Modus	Die modus is die waarde wat die meeste voorkom.	Die modus is die waarde wat die meeste in die data voorkom. Dit is moontlik om meer as een modus te hê as daar meer as een waarde is wat die meeste voorkom.	Die datawaardes: 2, 2, 3, 5, 5, 7, 8 Die waardes wat die meeste voorkom, is 2 en 5. Albei kom meer kere voor as enigeen van die ander datawaardes. Die modus is dus 2 en 5.
Omvang	Die omvang is die verskil tussen die grootste en die kleinste getal.	Om die omvang te bereken, moet jy eers die laagste en die hoogste waardes in die data bepaal. Die omvang word bereken deur die laagste waarde van die hoogste waarde af te trek.	Die datawaardes: 2, 2, 3, 5, 5, 7, 8 Die laagste waarde is 2 en die hoogste waarde is 8. As die laagste waarde van die hoogste afgetrek word, kry ons: $8 - 2 = 6$. Die omvang is dus 6.

Die **interkwartielomvang** is die omvang van die middelste 50% van 'n verdeling.

Sowel die **variansie** as die **standaardafwyking** meet hoe ver die tellings in deursnee van die gemiddelde afwyk of verskil. Hoe groter die afwyking, hoe groter die variansie en standaardafwyking.

'n **uitskieter** is 'n waarneming wat op 'n **abnormale afstand** van ander waardes in die datastel geleë is.

'n Groot standaardafwyking kan daarop dui dat daar uitskieters teenwoordig is. Die interkwartielmetode kan ook gebruik word om te kontroleer of daar uitskieters teenwoordig is.

Voorbeeld:
a. (25,24,5,25, 15,1,1,17)

Antwoord:
Omvang = 24
Gemiddelde = 16
Mediaan = 17
Mode(s) = 25

Die gemiddelde is nie altyd 'n teigetal nie.

Onthou om te begin deur die data van klein na groot te rangskik.

b. (15,24,6,9,5,7,11)

Antwoord:
Omvang = 19
Gemiddelde = 11
Mediaan = 9
Mode(s) = none

c. (17,9,26,22,26)

Antwoord:
Omvang = 17
Gemiddelde = 20
Mediaan = 22
Mode(s) = 26

Let wel: As daar 'n gelyke aantal getalle is, is die mediaan die waarde wat **halfpad tussen die middelste paar getalle** staan.

Omvang	Gemiddelde
Omvang	Gemiddelde

Omvang	Gemiddelde
Omvang	Gemiddelde

Omvang	Gemiddelde
Omvang	Gemiddelde

2. Bereken die interkwartielomvang vir die volgende datareëks:

a.

3	1	2	7	4	3	1	6
---	---	---	---	---	---	---	---

b.

26	65	80	12	15	3	7	99
----	----	----	----	----	---	---	----

4. Is daar enige uitskieters in die volgende datareeks? Gee 'n rede vir jou antwoord.

22	25	26	29	31	35	50
----	----	----	----	----	----	----

C.

150	143	103	12	145	130	165	65	8	155
-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	----	---	-----

3. Bereken die variansie en die standaardafwyking van die volgende datareeks:

150	143	103	12	145	130	165	65	8	155
-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	----	---	-----

Probeer dit nou op jou eie.

Gebruik die standaardafwyking om te kontroleer of daar enige uitskieters in die volgende datareeks voorkom.

a.	40	50	40	30	170	-90	30	50	30	30
b.	12	25	36	107	8	15	-12	50	30	-30
c.	15	17	11	51	-3	20	5	16	14	12

Gebruik die interkwartiel om te kontroleer of daar enige uitskieters in die volgende datareeks is.

a.	5	20	6	5	7	8	15			
b.	4	5	4	3	17	-9	3	5	3	3
c.	350	450	150	12	140	130	240	310	290	230

Ons het gekyk na die **maatstawwe van sentrale neiging** en die maatstawwe van spreiding. Ons het ook gekyk na hoe 'n datastel wat uitgesprei is, gegroepeer moet word.

Kan jy nog onthou wat die maatstawwe van sentrale neiging is?

Modus

Gemiddelde

Mediaan

Omvang

Beskryf wat elkeen beteken.

Wat moet ons doen as ons **meer as een eienskap** (kriterium) oor dieselfde onderwerp ingesamel het?

Ons gaan op hierdie werkkaart kyk na hoe data aan die hand van meer as een kriterium georden word.

Werk in pare en voltooi die volgende:

Leerder	Gender	Handigheid
1	Meisie	Regshandig
2	Seun	Linkshandig
3	Seun	Regshandig
4	Meisie	Regshandig
5	Meisie	Regshandig
6	Seun	Regshandig
7	Seun	Linkshandig
8	Seun	Regshandig
9	Meisie	Regshandig
10	Meisie	Linkshandig
11	Seun	Regshandig
12	Meisie	Regshandig

Ons het vir hierdie opname twee datastelle van 12 leerders in ons klas ingesamel. Ons weet of hulle

seuns of meisies is en of hulle links- of regshandig is.

Beantwoord die volgende vrae:

- Hoeveel seuns is daar in die klas?
- Hoeveel meisies is daar in die klas?
- Hoeveel seuns is regshandig en hoeveel is linkshandig?
- Hoeveel meisies is regshandig en hoeveel is linkshandig?
- Hoeveel leerders is regshandig en hoeveel is linkshandig?

	Regshandig	Linkshandig	Totaal
Seuns	4	2	6
Meisies	5	1	6
Totaal	9	3	12

Ons noem dit kruistabuleling.

Was dit wel makliker om die data te lees?

Beantwoord nou die volgende vrae:

- Hoeveel seuns is daar in die klas?
- Hoeveel meisies is daar in die klas?
- Hoeveel seuns is regshandig en hoeveel is linkshandig?
- Hoeveel meisies is regshandig en hoeveel is linkshandig?
- Hoeveel leerders is regshandig en hoeveel is linkshandig?

- Suzanne is besig om 'n nuwe blomtuin aan die agterkant van haar werf aan te lê. Sy het die grond voorberei vir die nuwe plante. Hier is 'n tabel met blomme wat sy in die nuwe blomtuin aangeplant het. Lees die tabel en beantwoord die vrae.**

Type blom	Pienk	Wit	Pers	Totaal
Affodille	16	30	0	46
Irisse	21	43	26	90
Daglies	14	12	0	26
Asaleas	24	9	30	63
Rose	7	5	0	12
Totaal	82	99	56	

- Wat is die totale aantal irisbolle wat Suzanne geplant het?
- Hoeveel rose het Suzanne altesaam geplant?
- Van watter plant het Suzanne die meeste geplant?

d. Hoeveel meer wit affodille het sy geplant as pienkes?

e. Wat is die totale aantal pers blomme wat Suzanne geplant het?

f. Wat is die totale aantal rose wat sy in die tuin geplant het?

g. Hoeveel meer pers asaleas is daar as pienkes?

h. Wat is die totale aantal dagleleplante?

i. Wat is die totale aantal pienk blomme?

j. Van watter plant het sy die minste in haar tuin gebruik?

2. Gebruik die gunstelingkleur-tabel hierna om 'n kruistabel op te stel.

Leerder	Gender	Kleur	Leerder	Gender	Kleur
1	Meisie	Rooi	7	Seun	Groen
2	Seun	Blou	8	Seun	Blou
3	Seun	Geel	9	Meisie	Blou
4	Meisie	Rooi	10	Meisie	Rooi
5	Meisie	Groen	11	Seun	Geel
6	Seun	Blou	12	Meisie	Groen

Probleemoplossing

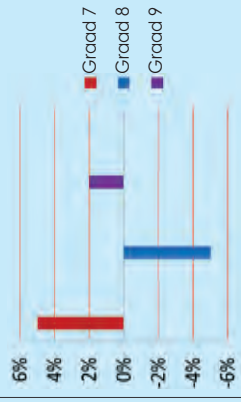
Jy het 'n opname in die gesondheidssektor gemaak om uit te vind hoeveel en watter tipe gesondheidsorgwerkers daar in die stedelike en plattelandse gebiede werksaam is. Jy het jou bevindinge in die volgende tabel getabuleer:

Gesondheidsorgwerker	Gender	Tipe	Gebied
1	Vroulik	Dokter	Plattelandse
2	Manlik	Dokter	Stedelike
3	Manlik	Verpleegster	Plattelandse
4	Vroulik	Dokter	Stedelike
5	Vroulik	Verpleegster	Stedelike
6	Manlik	Dokter	Stedelike
7	Manlik	Verpleegster	Stedelike
8	Manlik	Dokter	Plattelandse
9	Vroulik	Verpleegster	Plattelandse
10	Vroulik	Dokter	Stedelike
11	Manlik	Dokter	Plattelandse
12	Vroulik	Verpleegster	Plattelandse

Stel 'n kruistabuleeringstabel op en beantwoord dan die volgende vrae.

- Hoeveel vrouedokters is in die stedelike gebied werksaam?
- Hoeveel dokters is altesaam in die plattelandse gebied werksaam?
- Hoeveel van die plattelandse dokters is mans en hoeveel van hulle is vroue?
- Hoeveel mansverpleërs is daar?
- Waar werk hierdie mansverpleërs?
- Waar werk die meeste vrouedokters?

Persentasie verbetering in wiskunde



Voorbeeld: Die hoeveelheid reënval op verskillende dae van die week, die gunstelingkleur van graad 8-leerders, die aantal leerders wat in 'n bepaalde akademiese jaar in verskillende grade in 'n skool ingeskrif is, ensvoorts.

'n Staafgrafiek kan ook 'n paar negatiewe waardes hê.

Staafgrafieke word gebruik om kategoriese data te vergelyk deur van stawe gebruik te maak.

'n **Staafgrafiek** is 'n visuele aanbieding wat gebruik word om die hoeveelhede of die frekwensie van voorkoms van verskillende eienskappe van data te vergelyk.

- Op 1 Januarie het ek geld belê in goud, silwer, platinum en palladium. Ek het my belegging in Maart verkoop. Kry die prysdata in VS-dollar in die tabel hierna.

Prys in US\$	Januarie	Februarie	Maart
Goud	1327	1427	1439
Silwer	27,75	34,43	37,87
Platinum	1781	1828	1773
Palladium	806	811	766



Trek 'n staafgrafiek om die persentasie prysverandering van die dag waarop ek die beleggings gekoop het totdat ek dit verkoop het, te illustreer.

- Ontleed en interpreteer jou grafiek en beantwoord dan die volgende vrae:
- Waar dink jy kom hierdie data vandaan?

- Hoe kan hierdie data en grafiek nuttig vir my beleggingsbesluite aangewend word?

- Watter skaal het jy vir jou grafiek gebruik? Gee redes daarvoor.

- Bereken die gemiddelde, modus en mediaan.

- Wat kan hierdie antwoorde jou vertel?

- Wat is die data-omvang?

- Wat vertel die omvang jou omtrent die data?

- h. Is daar enige ekstremedata (uiters klein of groot data)? Hoekom dink jy verskil hierdie data soveel van die gemiddelde?

- i. Watter belegging was die beste? Gee 'n rede vir jou antwoord.

2. 'n Wetenskaplike het die volgende data oor aardbewings op grond van 'n aardbewing in die Verenigde State opgeteken. Die seismograaf het die aardbewing op die Richterskaal gemeet.



Gebied	Lesing op die Richterskaal
William-seestraat	8.2
Sant'Andrea-eiland	8.8
Nuwe Madrid	8.6
New Cape Yakatage	7.8
Golf van Alaska	8.0

Trek 'n staafgrafiek. Ontleed en interpreteer jou grafiek en beantwoord dan die volgende vrae:

- a. Waar was die aardbewing op sy ergste?
- b. Hoe kan hierdie data en die grafiek vir toekomstige besluitneming nuttig wees?

- c. Watter skaal het jy vir jou grafiek gebruik? Gee 'n rede.

- d. Bereken die gemiddelde, modulus en mediaan.

- e. Wat kan hierdie antwoorde jou vertel?

- f. Wat is die omvang van die data?

Probleemoplossing

Die volgende data is deur 'n padongeluk-agentskap ingesamel. In die tabel word die ouderdomme van die bestuurders wat in noodlottige ongelukke betrokke was, aangedui.

Ouderdom van bestuurders betrokke by fatale ongelukke											
28	27	27	26	30	31	30	31	29	28	28	28
27	26	24	22	19	19	22	23	24	24	24	24
26	27	28	29	30	30	29	28	27	27	27	27
27	17	21	26	39	42	65	16	40	53	53	53
65	42	52	26	25	25	24	56	52	27	27	27
27	28	29	30	30	29	28	22	28	35	35	35
36	53	33	36	37	26	26	41	61	19	19	19
41	18	43	26	19	23	42	25	36	18	18	18
17	22	31	42	55	35	48	26	16	49	49	49
22	36	18	26	35	31	45	22	23	19	19	19

1. Groepeer die data en trek 'n staafgrafiek.
2. Ontleed en interpreteer jou grafiek en beantwoord die volgende vrae:

- a. Wat is die onafhanklike veranderlike?
- b. Wat is die afhanklike veranderlike?
- c. Wat vergelyk ons met hierdie grafiek?
- d. Watter omvang het jy vir die klasintervalle gebruik?
- e. Watter klas het die meeste ongelukke gemaak?
- f. Bereken die gemiddelde, modulus en mediaan.
- g. Wat kan hierdie antwoorde jou vertel?
- h. Wat is die data-omvang?
- i. Wat vertel die omvang jou van die data?
- j. Kan ons hierdie data as steekproef vir die bevolking van Suid-Afrika gebruik?
- k. Hoe kan jy vir enige sydigheid in jou data voorsiening maak?



Hoe om 'n dubbelstaafgrafiek te konstrueer:

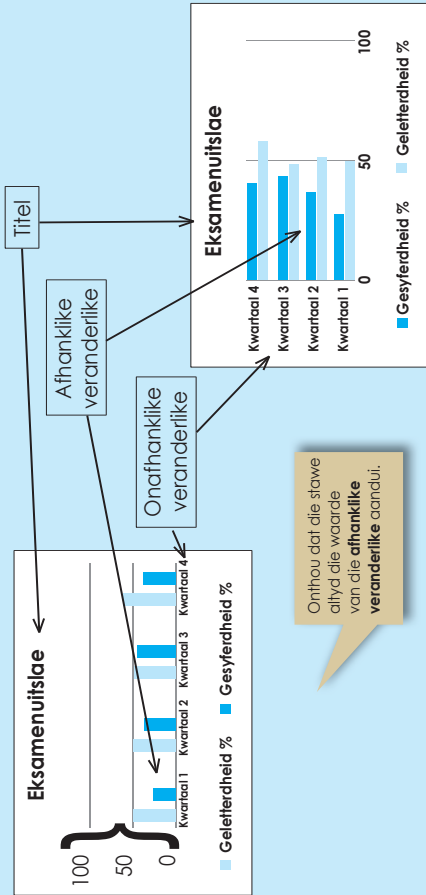
Besluit op 'n titel vir die grafiek.

Besluit wat jou onafhanklike veranderlike en afhanklike veranderlike moet wees.

Kies 'n skaal.

Benoem die asse. Die x -as stel gewoonlik die onafhanklike veranderlike en die y -as die afhanklike veranderlike voor, maar jy kan dit ook omruil.

Teken die stawe.



1. In die tabel hierna word die toetsuitslae van drie van jou vakke voorgestel. Trek 'n staafgrafiek, met die onafhanklike veranderlike op die x -as. Trek dan dieselfde staafgrafiek, met die afhanklike veranderlike op die y -as.

	Eksamenuitslae		Tale
	Wiskunde	Wetenskap	
Kwartaal 2	56%	52%	58%
Kwartaal 4	65%	57%	51%



Ontleed jou data en beantwoord die volgende vrae:

- a. Wat vergelyk ons met hierdie grafiek?

- b. Wat kan ons oor die algemeen van die leerderuitslae sê?

2. Gebruik die volgende data en konstrueer 'n dubbelstaafgrafiek. Beantwoord dan die vrae.

Die skool se inskrywing vir graad 8- en 9-leerders van 2007 tot 2010 was soos volg:

2007: Graad 8 - 425, Graad 9 - 453

2008: Graad 8 - 431, Graad 9 - 419

2009: Graad 8 - 412, Graad 9 - 425

2010: Graad 8 - 380, Graad 9 - 414



- a. Watter skaal het jy vir jou grafiek gebruik? Gee 'n rede.

vervolg

b. Bereken die gemiddelde, modus en mediaan.

c. Vergelyk die gemiddelde, modus en mediaan vir 2007 tot 2010.

d. Wat kan hierdie antwoorde jou vertel?

e. Wat is die data-omvang?

f. Wat vertel die omvang jou van die data?

g. Hoe kan jy vir enige sydigheid in jou data voorsiening maak?

2. 'n Navorsor het 25 leerders van 14-jarige tot 18-jarige ouderdom gevolg om te boekstaaf hoeveel van hierdie leerders op elke ouderdomsvlak gewerk het. Die volgende is die data wat hy ingesamel het:

14 jaar: 1 het gewerk; 24 het nie gewerk nie

15 jaar: 3 het gewerk; 22 het nie gewerk nie

16 jaar: 11 het gewerk; 14 het nie gewerk nie

17 jaar: 19 het gewerk; 6 het nie gewerk nie

18 jaar: 22 het gewerk; 3 het nie gewerk nie

Konstrueer 'n dubbelstaafgrafiek. Interpreteer jou grafiek en skryf 'n paragraaf waarin jy jou bevindinge verduidelik.



Probleemoplossing

Vra familielede, bure, klasmaats en vriende uit oor wat hul gunstelingbelaag op pizzas is. Hulle mag net twee uit die lys hierna kies. Rangskik dit as hul eerste en tweede keuse.

Lys van pizzabolaes:

- Kaas
- Soetrissies
- Sampioene
- Uie
- Salami
- Wors

Instruksies:

- a. Ontwerp 'n kaart om jou inligting te boekstaaf.
- b. Samel data in deur van 'n opname gebruik te maak.
- c. Trek 'n dubbelstaafgrafiek om inligting oor jou opname daarop te vertoon.
- d. Ontleed die resultate uit die grafiek en skryf 'n paragraaf oor jou bevindinge.



Hersien die berekening van die intervalwydte.

Die aantal intervale beïnvloed die patroon, vorm of spreiding van jou histogram.

Hier is twee histogramme van die volgende dataset:

57	66	73	92	77
31	60	32	22	25
45	36	49	42	56
37	88	41	54	42
57	63	59	15	62
3	32	82	48	37
78	18	39	77	97

Histogram A met 'n klasinterval van 10 en **histogram B** met 'n klasinterval van 40.

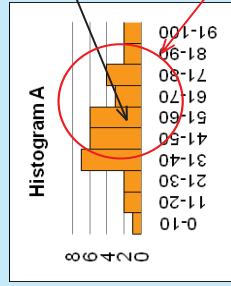
Histogram A

Klasintervalle	Frekwensie
0-10	1
11-20	2
21-30	2
31-40	7
41-50	6
51-60	6
61-70	3
71-80	4
81-90	2
91-100	2

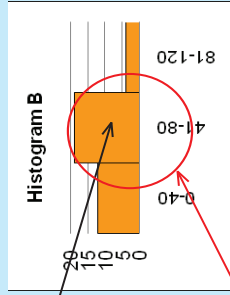
Histogram B

Klasintervalle	Frekwensie
0-40	12
41-80	19
81-120	4

Onthou om eers 'n frekwensietabel te voltooi.



Dit lyk of die **gemiddelde** omtrent hier moet wees.



Dit lyk of die **hoof-spreiding** omtrent hier moet wees.

1. Beskou die volgende getalleversameling.

92	73	66	77	93	99	106	113	119	57
22	32	60	25	19	14	9	4	-1	31
42	49	36	56	54	57	60	62	65	45
54	41	88	42	45	43	40	38	36	37
15	59	63	62	40	36	32	28	25	57
48	82	32	37	66	74	82	91	99	3
77	39	18	97	91	101	110	120	130	78
47	55	27	69	69	75	82	88	95	47
46	55	21	73	71	79	86	94	102	47
46	55	15	76	74	83	91	100	108	48
45	56	9	79	77	86	96	106	115	49
44	56	2	82	79	90	101	111	122	49
44	56	-4	85	82	94	105	117	129	50

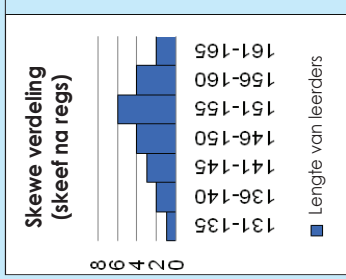
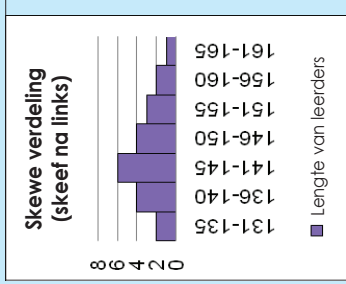
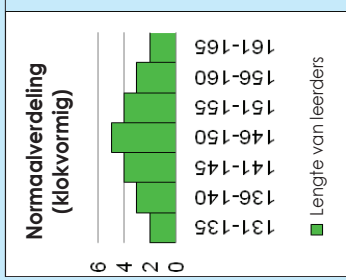
a. Bereken die omvang.

b. Bepaal die aantal intervale.

c. Bereken die intervalwydte en toon jou berekeninge.

d. Bepaal die intervalbeginpunte.

Histogramme kan verskillende vorms aanneem. Die twee algemeenste vorms is die **klokvormige kromme**, wat ook as die **normaalverdeling** bekend staan, en die skewe verdeling.



Voorbeeld:

'n Histogram voorsien 'n visuele voorstelling sodat jy kan sien waar die meeste van die metings geleë is en hoe dit uitgesprei is.

Wat dink jy sal 'n goeie spreiding of dispersie wees? Dink daaroor na. Wat is jou definisie van spreiding of dispersie?

In hierdie histogram lyk dit of die verdeling normaal en klokvormig is, maar is dit goed of is dit sleg?

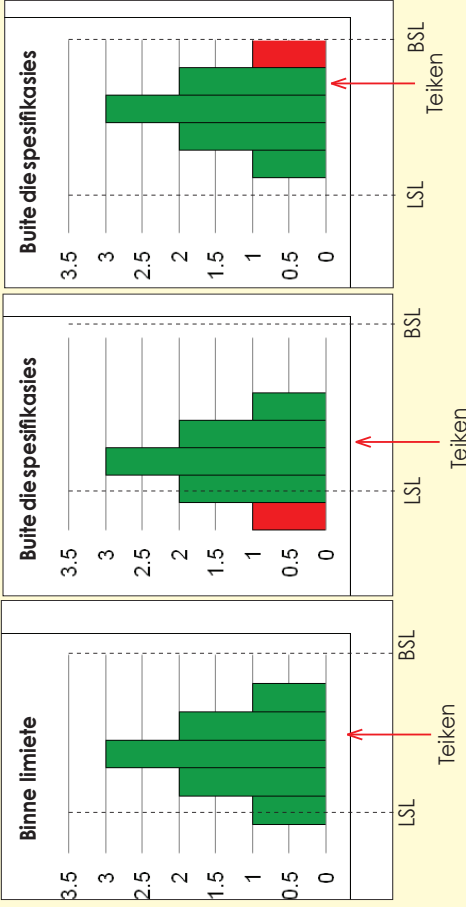
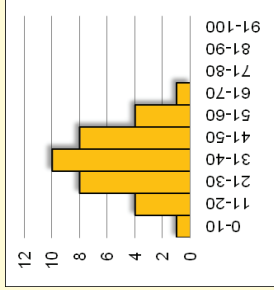
Dit hang van jou standaard of teiken af.

Kom ons sê dat hierdie histogram universiteitstudente se eksamenuitslae weergee, waar die slaagpunt 50% is. Is dit 'n "goeie" verdeling?

Nee, want hierdie histogram toon dat die meeste van die studente druipt! Dit is dus glad nie 'n goeie verdeling nie.

Die spreiding moet altyd aan die hand van die teiken of spesifiekasielimiete gemeet word.

Kyk na die volgende histogramme om te kontroleer of dit binne die spesifiekasielimiete is en te sien hoe naby die spreiding aan die teiken is.



LSL – Laer spesifiekasielimiet
BSL – Boonste spesifiekasielimiet

1. Jy werk by 'n gimnasium. Jy is verantwoordelik vir die halfjaarlikse liggaamstoetsgradering van persentasie liggaamsvet. Jy neem 'n ewekansige steekproef van 80 gimnasiumlede, en dit is die data wat jy ingesamel het:

Persentasie liggaamsvet geboekstaaf												
11	22	15	7	13	20	25	12	16	19			
4	14	11	16	18	32	10	16	17	10			
8	11	23	14	16	10	5	21	26	10			
23	12	10	16	17	24	11	20	9	13			
24	10	16	18	22	15	13	19	15	24			
11	20	15	13	9	18	22	16	18	9			
14	20	11	19	10	17	15	12	17	11			
17	11	15	11	15	16	12	28	14	13			



a. Hoeveel datapunte is daar?

b. Wat is die data-omvang?

c. Bepaal 'n geskikte aantal intervalle.

d. Bereken die intervalwydte – toon jou berekening.

e. Bepaal die intervalpunte – toon dit in 'n tabel.

f. Stip jou data op 'n histogram en voeg titels en 'n byskrif by.

g. As die teiken hoogstens 15 was, wat kan jy uit die histogram en data aflei?

Probleemoplossing

'n Vaardighedsinstrukteur het 'n ontleiding van sy studente se punte gedoen.

Dit is die data wat hy ingesamel het:

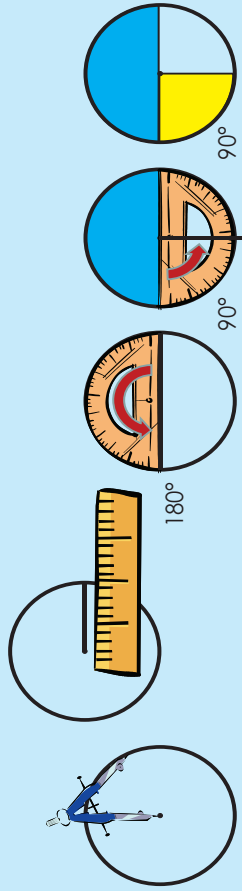
Gemiddelde punte vir die 9 mm										
160	190	155	300	280	185	250	285	200	165	
175	190	210	225	275	240	170	185	215	220	
270	265	255	235	170	175	185	195	200	260	
180	245	270	200	200	220	265	270	250	230	
255	180	260	240	245	170	205	260	215	185	
255	245	210	225	225	235	230	230	195	225	
230	255	235	195	220	210	235	240	200	220	
195	235	230	215	225	235	225	200	245	230	
220	215	225	250	220	245	195	235	225	230	
210	240	215	230	220	225	200	235	215	240	
220	230	225	215							

- Hoeveel datapunte is daar?
- Hoeveel studente het hierdie instrukteur altesaam opgelei?
- Wat is die data-omvang?
- Bepaal 'n geskikte aantal intervalle.
- Bereken die intervalwydte – toon jou berekening.
- Bepaal die intervalpunte – toon dit in 'n tabel.
- Stip jou data op 'n histogram en voeg titels en 'n byskrif by.
- As die teiken 'n punt van minstens 240 was om 'n bevoegdheidssertifikaat te verkry, wat kan jy uit die histogram en die data aflei?

Hersien die sektordiagram en hoe om dit te teken.

Stappe:

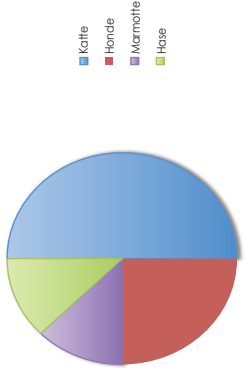
1. Herlei al jou datapunte na persentasies vir die hele datastel.
2. Herlei die persentasies na hoëke. Aangesien 'n volledige sirkel 360 grade is, vermenigvuldig dit met die persentasies om die hoek vir elke seksie van die sektor te kry.
3. Gebruik jou passer en trek 'n sirkel op 'n leë vel papier. Alhoewel dit nie regtig nodig is om 'n passer te gebruik nie, laat dit jou diagram soveel netjieser en duideliker lyk en verseker jy dat die sirkel mooi rond is.
4. Trek 'n horisontale lyn of radius van die middel na die regterkant van die sirkel deur jou linaal (of metaalduimstok) te gebruik. Dit is die eerste basislyn.
5. Meet die grootste hoek in die data met jou gradeboog deur by die basislyn te begin en dit op die kant van die sirkel te merk. Gebruik jou linaal om nog 'n radius tot by daardie punt te trek.
6. Gebruik hierdie nuwe radius as basislyn vir jou volgende grootste hoek en hou aan met hierdie proses totdat jy by die laaste datapunt uitkom. Jy hoef net die laaste hoek te meet om die waarde daarvan te bevestig, want albei lyne sal reeds getrek wees.
7. Benoem en arseer die seksies van die sektordiagram om die data wat vir jou gebruik belangrik is, uit te lig.



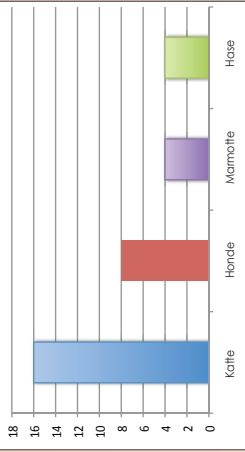
1. Die klas samel data in oor 'n aantal spesifieke troeteldiere van leerders en voltooi dan die volgende tabel:

Troeteldier	Kat	Honde	Marmotte	Hase
Totale aantal	16	8	4	4

Troeteldiere in die klas



Troeteldiere in die klas



Die klas produseer twee tipes diagramme om hul data voor te stel, maar daar is foute in sowel die sektordiagram as die staafgrafiek. Probeer om al die foute te kry wat jy moontlik kan.

Trek die korrekte grafieke.

Skryf 'n paragraaf oor die "storie" van die grafieke.

2. In die laat 1800's is mense in Afrika gegryp en na verskillende lande weggevoer om as slawe verkoop te word. In die tabel hierna word die slawe se bestemmings in persentasies aangedui.

Brits-Karibiese Eilande	25%
Brits-Noord-Amerika	5%
Hollands-Karibiese Eilande	5%
Spaans-Amerika	11%
Brasilië	34%
Frans-Karibiese Eilande	20%

Gebruik jou diagram om die volgende vrae te beantwoord:

- a. Watter gebied het die grootste aantal slawe ontvang?

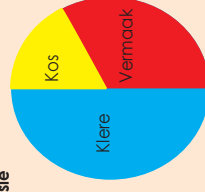
- b. Wat was vir jou verbasend omtrent die statistiek in die sektordiagram?

- c. Skryf 'n kort opsomming op grond van die inligting in jou diagram.

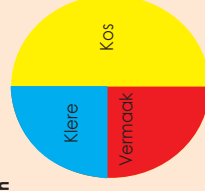
- d. Verduidelik watter impak die slawehandel volgens jou op die mense wat op die vasteland agtergebly het, gehad het.

Probleemoplossing

Tienermeisie



Tienerseun



1. As 'n seun altesaam R225 per maand bestee, bereken dan hoeveel hy aan die volgende sou bestee:

- Kos
- Klere

2. As 'n meisie R210 aan klere uitgee, bereken dan hoeveel sy aan die volgende sou bestee:

- Kos
- Vermaak

Besigheids gebruik ook alkwels lyngrafieke om inligting oor winste aan te dui.

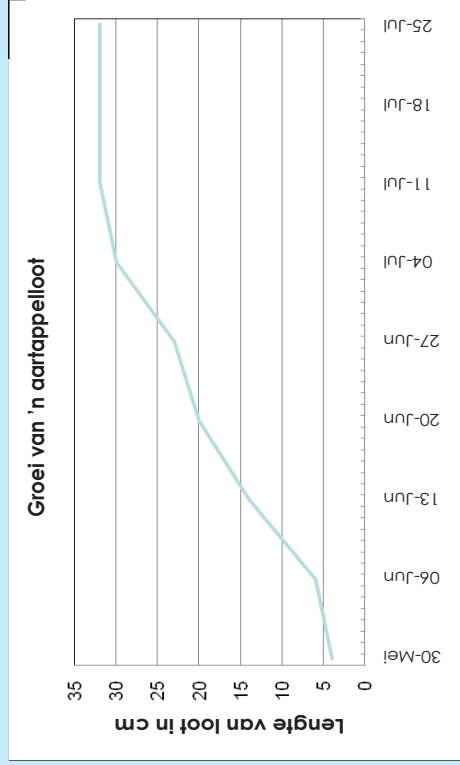
Meteoroloë gebruik lyngrafieke om maandelikse reënval aan te dui.

Dit beteken dat dit met 'n paar lyngrafieke maontlik is om die lyn te verleng om die lyn te verleng ten einde aan te dui wat 'n die toekoms kan gebeur.

'n Lyngrafiek dui basies aan dat dit reguit boontoe gaan. Wat gebeur met hierdie grafiek?

Lyngrafieke is nuffig, want dit dui tendense aan en die lyne kan maklik verleng word.

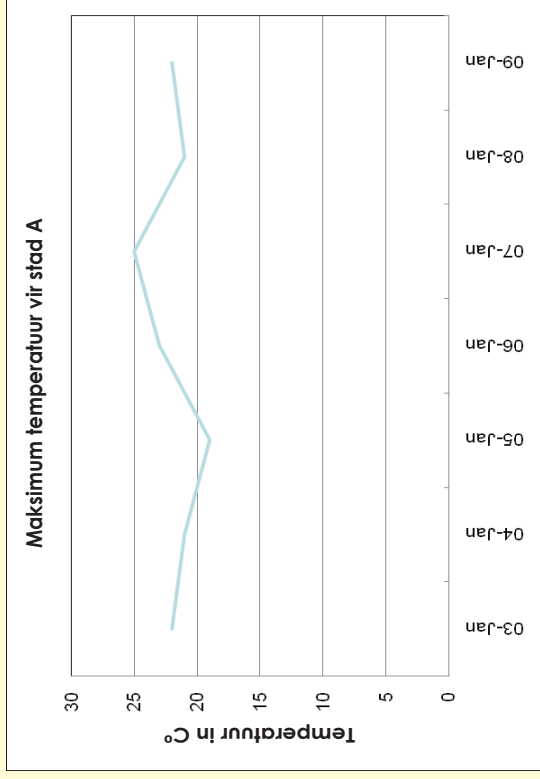
Die lyngrafiek hierna dui die groei van 'n aartappelloot met verloop van tyd aan.



'n Knaklyngrafiek het getalle oraloor.

Dit beteken eenvoudig dat dit kan opgaan sonder dat dit 'n reguitlyn hoef te wees.

Voorbeeld: Trek 'n knaklyn. Ons gaan 'n voorbeeld van temperature oor een week heen gebruik. Ons gaan ook elke stap beskryf.



Op 3 Januarie was dit 22 grade Celsius, op 4 Januarie het dit tot 21 grade Celsius **gedaai**, en op 5 Januarie het dit **verder** tot 19 grade Celsius **gedaai**.

Op 6 Januarie het dit tot 23 grade Celsius **gestyg** en op 7 Januarie het dit **verder** tot 25 grade Celsius **gestyg**.

Op 8 Januarie het dit van 25 grade Celsius tot 21 grade Celsius **gedaai** en op 9 Januarie het dit tot 22 grade Celsius **gestyg**.

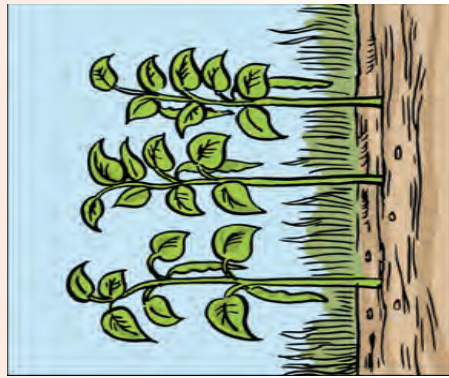
Die grafiek gaan op en af en dui dus aan hoe die temperatuur **styg** en **daai**.

Jy moet nou die weer vir die volgende week voorspel en dan 'n grafiek daarvan trek.

1. Hou rekord van die minimum en maksimum temperature oor twee weke heen. Trek 'n grafiek en interpreteer dit.

2. Trek 'n knaklyngrafiek van 'n boontjieplant se groei. Beskryf die grafiek.

Datum	Plant se Hoogte (cm)
3 September	3
10 September	6
17 September	9
24 September	15
1 Oktober	24
8 Oktober	27
15 Oktober	33
22 Oktober	36
29 Oktober	39



- a. Hoe verskil hierdie grafiek van die grafiek in vraag 1?

- b. Interpreteer die grafiek.

Probleemoplossing

Soek na 'n knaklyngrafiek in 'n koerant of op die internet. Trek dit oor en beskryf dit dan.

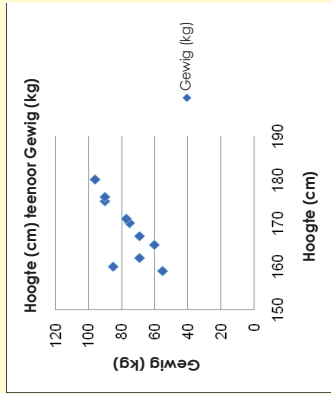
'n **Spreadingdiagram** is 'n diagram met gestipte punte wat die **verband** tussen **twee datastelle** aandui.

Voorbeeld:

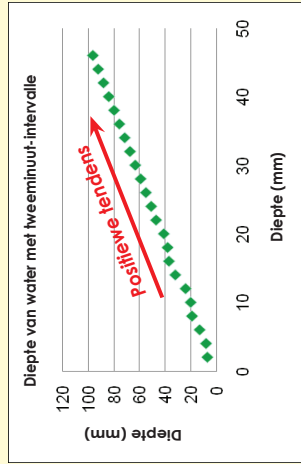
Ons het 'n opname van die gewig en lengte van die leiers in ons klas gemaak. Die data word in die tabel hierna voorgestel:

Leier	Hoogte (cm)	Gewig (kg)
1	180	96
2	160	85
3	175	90
4	170	75
5	162	69
6	176	90
7	171	77
8	165	60
9	167	69
10	159	55

In hierdie datastel is daar:
1 onafhanklike en
2 afhanklike veranderlikes.

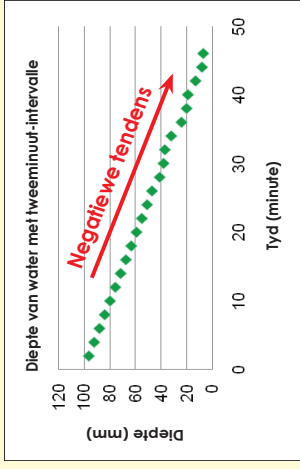


'n Spreadingstipping beskryf 'n **positiewe tendens** as die een stel waardes geneig is om ook te styg as die ander stel waardes styg.



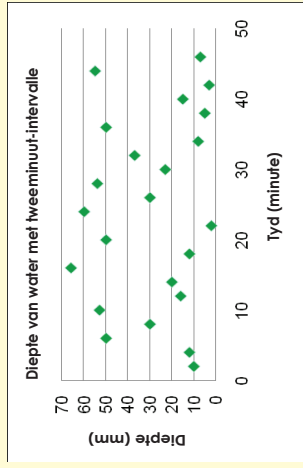
'n Spreadingstipping beskryf 'n **negatiewe tendens** indien die een stel waardes styg as die ander stel geneig is om te daal.

In die grafiek met 'n positiewe tendens kan ons tot die gevolgtrekking kom dat die gety opkom en in die grafiek met 'n negatiewe tendens kan ons tot die gevolgtrekking kom dat die gety afgaan.



As 'n spreadingstipping **geen tendens** aandui, is daar weinig korrelasie tussen geordeerde pare van die twee afhanklike veranderlikes.

As 'n spreadingstipping **geen tendens** aandui, is daar weinig korrelasie tussen geordeerde pare van die twee afhanklike veranderlikes.



1. Trek 'n spreadingstipping om die verband tussen die ouderdom en die aantal ure wat aan speelyd per week bestee word, te bepaal.

Ouderdom (x)	Speelyd (y)
6	20
7	17
8	18
9	17
10	17
11	13
12	16
14	14
15	13
16	12
17	5
18	9



--

--

2. Gebruik 'n spreadingstipping om die verband tussen die aantal werkers en die aantal dae wat vereis word om 'n taak te voltooi, te bepaal.



Aantal werkers (x)	Aantal dae (y)
2	60
3	46
4	30
5	22
6	20
7	25
8	15
9	18
10	12
11	16
12	10

Probleemoplossing

1. Bepaal die verband tussen die gemiddelde inkomste van 'n gesin per jaar (in duisend rand) en die persentasie gesinne (x) met daardie inkomste. Skep 'n spreidingsdiagram.

Persentasie van aantal gesinne (x)	Gemiddelde inkomste (y)
5.8	10
4.3	15
10.7	25
12.0	35
17.2	50
22.3	75
12.5	100
9.6	150
2.7	200
2.9	250



2. Trek 'n spreidingsstipping vir die geordende pare.
 {(0,8), (1,10), (2,19), (3,8), (4,5), (5,13), (6,17), (7,7), (8,16), (9,18)}.

Spreadingstipping

Lyngrafiek

Histogram

Sektordiagram

Stafgrafiek

Pract oor die grafieke.
Wanneer sal ons hul gebruik?

1. Besluit watter tipe grafiek is die geskikste voorstelling van die data wat gegee word:

a. Twee klasse se toetspunte oor 'n hele skooljaar

b. Hoe 'n klub sy geld bestee.

c. Die aantal seuns en die aantal meisies wat die speelterrein elke dag vir een week lank gebruik.

d. Die persentasies van die verskillende chemiese elemente in seewater.

e. Die aantal winkelklante per uur op een dag.

Probleemoplossing

Beantwoord die volgende vrae. Stel dan 'n frekwensietabel op en trek 'n grafiek vir elkeen om jou antwoorde te demonstreer.

Gebruik jou grafieke om minstens twee gevolgtrekkings vir elke grafiek te maak.

a. Watter soort grafiek kan jy gebruik om verandering met verloop van tyd aan te dui?

b. As jy data oor graad 7- en graad 8-leerders se gunstelingkleure het, watter soort grafiek kan jy dan gebruik?

c. As jy data oor mense se ouderdomme het soos 0-9, 10-19, 20-29, en 30-39, watter soort grafiek kan jy dan gebruik?

d. Watter soort grafiek kan jy gebruik vir data wat dele van 'n geheel aandui?

Hersien die doel en uiteensetting van 'n navorsingsverslag.

Hier volg 'n voorgestelde uiteensetting:

1. Doel

Dit is die algemene doel van die navorsingsprojek.

2. Hipotese

Dit is 'n spesifieke stelling of voorspelling wat jy as waar of onwaar kan bewys.

3. Plan

Watter vrae moet jy stel?

Watter data het jy nodig?

By wie gaan jy die data kry?

Hoe gaan jy dit insamel?

Hoe gaan jy dit opteken?

Hoe gaan jy seker maak die data is betroubaar?

Hoekom? Gee redes vir die keuses wat jy uitgeoefen het.

4. Ontleding

Dit is waar jy begin om betekenis aan die data te verleen.

Jy moet dalk berekeninge doen.

Vergelyk die gemiddelde en mediaan van groepe.

Kyk na die omvang – die maatstaf van hoe uitgesprei die groep is.

Jy kan frekwensie- en ander diagramme trek om data op te som.

Diagramme is geskik daarvoor om data visueel voor te stel.

5. Interpretasie

Hoe sal jy dit interpreteer? (Verduidelik die data.)

6. Gevolgtrekkings

Stem jou resultate ooreen met die hipotese?

Hoe seker is jy dat jou data en resultate akkuraat is?

Wat het skeefgeloop? Hoe het jy dit gehanteer?

Wat sou jy anders gedoen het as jy die navorsing weer moet doen?

7. Bylaes

Dit is 'n goeie gebruik om 'n afskrif van enige vraelyste of toetse in te sluit. Die bylaes kan ook gedetailleerde tabelle insluit wat verband hou met data wat verkry is, instruksies aan onderhouvoerders, en so meer.

8. Verwysings

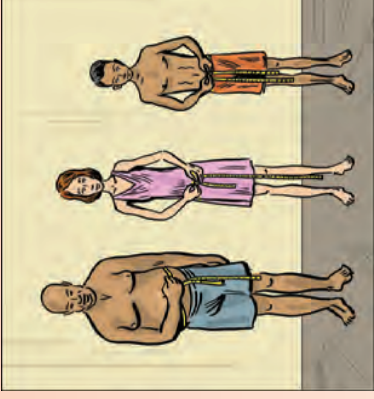
As jy enige sekondêre data of navorsing gebruik het, moet jy hier erkenning aan jou bronne verleen.

Onthou: Voordat die leser jou gevolgtrekkings sinvol kan ag, moet hy of sy verstaan wat die doel van die navorsing was. Begin dus altyd jou verslag deur die doel van die navorsing te beskryf.

Onthou jy nog die verskillende terme en hoe om dit te bereken?

1. Gebruik die inligting uit hierdie liggaamsveitnavorsing en skryf 'n verslag waarin die data opgesom word. Maak ook gevolgtrekkings.

Liggaamsveitpersentasie opgeteken												
11	22	15	7	13	20	25	12	16	19			
4	14	11	16	18	32	10	16	17	10			
8	11	23	14	16	10	5	21	26	10			
23	12	10	16	17	24	11	20	9	13			
24	10	16	18	22	15	13	19	15	24			
11	20	15	13	9	18	22	16	18	9			
14	20	11	19	10	17	15	12	17	11			
17	11	15	11	15	16	12	28	14	13			



1. Doel

2. Hipotese

3. Plan

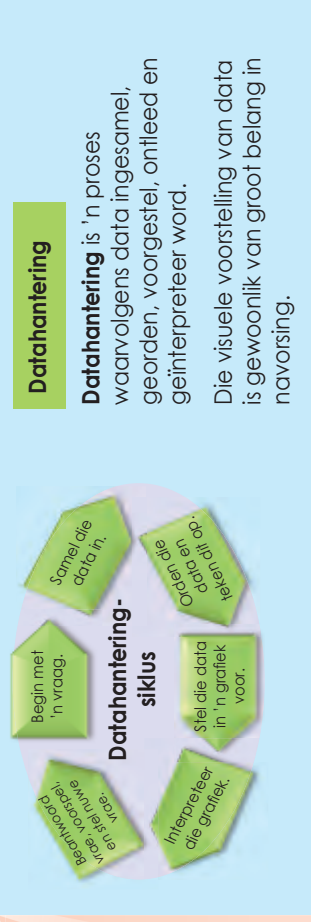
4. Ontleding

5. Interpretasie

6. Gevolgtrekkings

7. Bylaes

8. Verwysings



Hierdie werkopdrag sal oor twee werkkaarte strek.

Hou graad 9-seuns van aksiefieks en graad 9-meisies van romantiese fieks?

1. Kies jou navorsingspan.

Name van jou navorsingspan:



2. Wat is die doel van jou navorsing?

3. Wat is jou hipotese?

4. Vrae wat jou kan help om te beplan:

- a. Watter vrae gaan jy stel?
- b. Watter data het jy nodig?
- c. By wie gaan jy dit kry?
- d. Hoe gaan jy dit insamel?
- e. Hoe gaan jy dit opteken?

f. Hoe gaan jy seker maak die data is betroubaar?

g. Hoekom? Gee redes vir die keuses wat jy uitgeoefen het.

Jou groep sal 'n geleentheid kry om jul doel, hipotese en plan aan die res van die klas aan te bied.

5. Sodra al die navorsingspanne hul planne aangebied het, sal julle geleentheid kry om jul planne te verander op grond van dit wat julle by die ander spanne gehoor het.

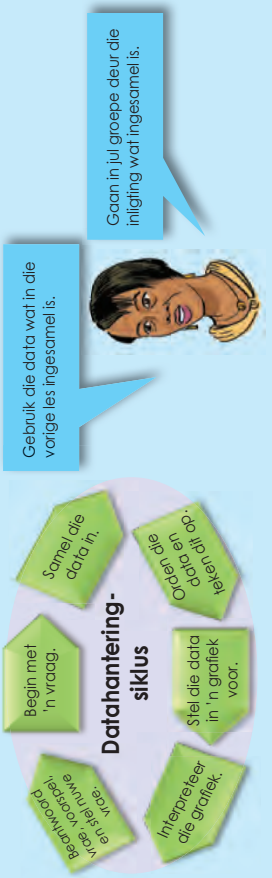
Onse veranderinge is:

6. Onse hersiene plan is:

Voorbereiding

Jul planne is voorgelê en nou moet julle begin om die data in te samel en op te teken.

Tydens die werkskaart sal jy voortgaan met die datahanteringsiklus



Hou graad 9-seuns van aksiefieks en graad 9-meisies van romanfiese fieks?

1. Gebruik die data wat julle ingesamel en opgeteken het om die volgende te doen:

a. Orden jul data in 'n frekwensietabel.

b. Bereken die modus, gemiddelde en mediaan.

c. Bereken die data-omvang.

d. Trek 'n stam-en-blaardiagram.

e. Stel jul data in 'n grafiek voor. Julle mag nou meer as een soort grafiek gebruik.

Interpretering van jul grafieke.

Interpreteer jul grafieke en tabelle en skryf 'n verslag deur van die volgende opskrifte gebruik te maak:

1. Doel
2. Hipotese
3. Plan
4. Ontleding
5. Interpretasie
6. Gevolgtrekkings
7. Bylaes
8. Verwysings

5. Gebruik die data wat jy ingesamel en opgeteken het om die volgende te doen:

a. Orden jul data in 'n frekwensietabel.

b. Bereken die gemiddelde, mediaan en modus.

c. Bereken die data-omvang.

d. Trek 'n stam-en-blaardiagram.

e. Stel jul data in 'n grafiek voor. Julle mag meer as een tipe grafiek gebruik.

Opsomming van datahantering

Mak jou eie tekening waarop jy aandui dat datahantering 'n proses is.

Wat is waarskynlikheid?

Waarskynlikheid is die kans dat iets sal gebeur – hoe moontlik dit is dat die een of ander gebeurtenis sal plaasvind.

Voorbeeld:

Wat is die waarskynlikheid dat 'n gewone seskantige dobbelsteen sal land met die ses na bo? Wanneer die dobbelsteen gegooi word, is daar ses moontlike kante waarop dit kan land (1,2,3,4,5 or 6). Daar is net een kant wat gelyk is aan 6 en dus is die waarskynlikheid dat die dobbelsteen op 'n 6 sal land, een uit ses, of:

$$\frac{1}{6} = 16,6\%$$

Die **waarskynlikheid uitgedruk as 'n vergelyking** is:

Waarskynlikheid $\frac{\text{Die aantal maniere waarop sukses behaal kan word}}{\text{Die totale aantal moontlike uitkomstes}}$

Wat is relatiewe frekwensie?

Relatiewe frekwensie word gebaseer op 'n aantal proefloopies en is die waargenome aantal suksesvolle gebeurtenisse vir 'n eindige steekproef van proefloopies.

Voorbeeld:

Jy en jou maat het 'n dobbelsteen 100 keer gegooi. Dit het 15 keer op 3 geland.

Die relatiewe frekwensie dat dit op 3 sal land, is:

$$\frac{15}{100} = 15\%$$

Die **relatiewe frekwensie uitgedruk as 'n vergelyking** is:

Relatiewe frekwensie = $\frac{\text{Die aantal suksesvolle proefloopies}}{\text{Die totale aantal proefloopies}}$

In hierdie voorbeeld is die verskil tussen die **waarskynlikheid** en die **relatiewe frekwensie**:

$$16,6\% - 15\% = 1,6\%$$

Die verskil kan wees omdat ons die dobbelsteen net 100 keer gegooi het – 'n uiters klein steekproef van proefloopies. As ons die aantal proefloopies aansienlik verhoog, sal die verskil groter wees.

1. Daar is 9 krale in 'n sak: 3 is rooi, 3 is geel, 2 is pienk en 1 is blou. Wat is die waarskynlikheid dat jy 'n gele sal kies?

2. Jou maat het 'n kraal 100 keer gekies en elke keer die kraal teruggesit voordat hy die volgende een gekies het. Uit die 100 proefloopies het hy 'n groen kraal 20 keer gekies.

- Wat is die relatiewe frekwensie?
- Wat is die verskil tussen die waarskynlikheid en die relatiewe frekwensie?
- Hoekom dink jy verskil die waarskynlikheid en die relatiewe frekwensie?

3. Daar is 'n sak vol gekleurde balle: rooi, blou, groen en oranje. Balie word gekies en weer teruggesit. Johan het dit 1 000 keer gedoen en die volgende resultate behaal:

Aantal blou balle gekies: 300

Aantal rooi balle gekies: 200

Aantal groen balle gekies: 450

Aantal oranje balle gekies: 50

- Wat is die waarskynlikheid dat hy 'n groen bal sal kies?
- As daar 100 balle in die sak is, hoeveel daarvan sal waarskynlik groen wees?

Probleemoplossing

Jan het 35 mense gevra of hulle regshandig of linkshandig was. Sewe mense het aangedui dat hulle linkshandig was. Skat die waarskynlikheid dat enige persoon wat ewekansig gekies is, linkshandig sal wees.

Ons gaan 'n formule gebruik wat as die **fundamentele telbeginsel** bekend staan om die totale uitkomst van 'n gegewe probleem maklik te bepaal. Ons gaan eers kyk na hoe die fundamentele telbeginsel afgelei is deur 'n vyf diagram te trek.

'n Nuwe restaurant het sy deure oopgemaak en bied kombinasie-middagetes vir R50,00 aan. Die kombinasie-eete behels dat jy een toebroodjie, een bygereg en een drankie kry. Die moontlike keuses volg hierna.

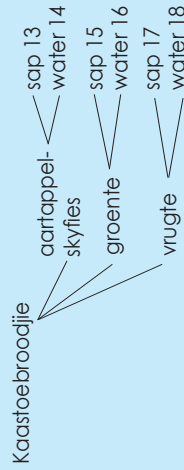
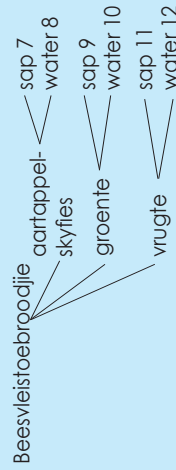
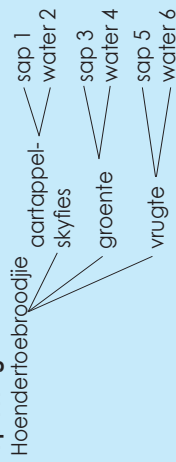
Toebroodjies: hoender, beesvleis, kaas

Bygereg: aartappelskyfies, groente, vrugte

Drankies: water, vrugtesap

Trek 'n waarskynlikheidsboom om die totale aantal moontlike uitkomst te bepaal.

Oplossing



Daar is 18 moontlike kombinasies.

Ons was in staat om die totale aantal moontlike uitkomst (18) te bepaal deur 'n boomdiagram te trek. Hierdie tegniek kan egter uiters tydrowend wees. Die fundamentele telbeginsel stel ons in staat om dieselfde inligting te gebruik en die totale uitkomst te bepaal deur van 'n eenvoudige berekening gebruik te maak.

Dit is moeilik om hierdie beginsel in woorde te verduidelik.

Kom ons kyk dus na hierdie voorbeeld:

- 3 toebroodjikeuses
 - 3 bygeregkeuses
 - 2 drankiekeuses
- 3.3.2 = 18 uitkomst

1. Hoeveel kombinasies is daar?

Die Toebroodjiekoning bied 12 verskeie soorte toebroodjies en vier soorte kaas aan. Hoeveel moontlike kombinasies van toebroodjies en kaas is daar?

2. Wat is die waarskynlikheid?

- a. 'n Paar dobbelstene word een keer gegooi.
i. Hoeveel moontlike uitkomst is daar?

- ii. Wat is die waarskynlikheid dat 'n dubbelsyfer gegooi sal word?

- b. Bepaal die waarskynlikheid dat dubbelsyfers gegooi sal word.

Fundamentele telbeginsel vervolg

155b

Waarskynlikheidsruimtes

Wanneer daar uitgewerk word wat die waarskynlikheid is dat twee dinge sal gebeur, kan 'n waarskynlikheids-/moontlikheidsruimte getrek word.

Byvoorbeeld, as jy twee dobbelstene gooi, wat is die waarskynlikheid dat jy sal kry: 8 or 9?

Word geskryf as: P(8 or 9).

Oplossing:

		Dobbelsteen 1					
		1	2	3	4	5	6
Dobbelsteen 2	1						↑
	2						→
	3				●		●
	4				●	●	
	5				●	●	
	6				●	●	

Die waarskynlikheidsruimte toon dat, wanneer twee dobbelstene gegooi word, daar 36 verskillende moontlikhede (36 vierkante) is.

Die blou sirkel dui die maniere aan waarop 8 (a 2 en a 6, a 3 en a 5, . . .). Daar is 5 verskillende maniere.

Die rooi sirkels dui die maniere aan waarop 'n 9 gekry kan word (a 2 en a 6, a 4 en a 5, . . .). Daar is 4 verskillende maniere.

Dus:

Met 5 van hierdie moontlikhede, sal jy 8 kry. Dus $P(8) = \frac{5}{36}$

Daar is 4 maniere, dus $P(9) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Dus, jy sal 'n 8 of 'n 9 in die volgende getal kry, uit al die moontlike 36 selle in die tabel.

Daar is altesaam 9, dus $P(8 \text{ or } 9) = \frac{5}{36} + \frac{4}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

3. Gooi twee standaarddobbelstene. Gebruik 'n tweerigtingtabel om die waarskynlikheid vir die gooi te bepaal:

a. P(3 of 8)

b. P(7 of 9)

c. P(6 of 5)

a.

		Dobbelsteen 1					
		1	2	3	4	5	6
Dobbelsteen 2	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

b.

		Dobbelsteen 1					
		1	2	3	4	5	6
Dobbelsteen 2	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

c.

		Dobbelsteen 1					
		1	2	3	4	5	6
Dobbelsteen 2	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

Verstaan ek dit?

Verduidelik die fundamentele telbeginsel in jou eie woorde.

Jy gaan op hierdie werkkaart die waarskynlikheid van twee gebeurtenisse, wat onafhanklik van mekaar plaasvind, bepaal.

Twee gebeurtenisse, A en B, is onafhanklik van mekaar as die uitkoms van A nie die uitkoms van B beïnvloed nie.

Doen die volgende voorbeelde:

'n Muntstuk word opgeskiet en 'n seskantige dobbelsteen word gegooi. Bepaal die waarskynlikheid dat die munt op sy keersy sal val en dat die dobbelsteen op 4 sal land.

Hierdie twee gebeurtenisse (die opskiet van die munt en die gooi van die dobbelsteen) is onafhanklike gebeurtenisse omdat die opskiet van die munt nie die gooi van die dobbelsteen beïnvloed nie. Die gebeurtenisse vind onafhanklik van mekaar plaas.

Oplossing: Kom ons bepaal die waarskynlikheid van elke onafhanklike gebeurtenis:

$$P(\text{keersy}) = \frac{1}{2} \quad \text{Daar is slegs een "keersy" op 'n munt.}$$

Daar is twee totale uitkomstes (kopstuk en keersy).

$$P(4) = \frac{1}{6} \quad \text{Daar is slegs een 4 op 'n dobbelsteen.}$$

Daar is ses totale uitkomstes op 'n dobbelsteen (1, 2, 3, 4, 5, 6).

Ons moet nou die waarskynlikheid bepaal dat die munt op sy keersy sal val en dat die dobbelsteen op 4 sal land. Ons moet dus albei gebeurtenisse kombineer. Daar is 'n spesiale reël vir die berekening van onafhanklike gebeurtenisse.

Om die waarskynlikheid van twee of meer onafhanklike gebeurtenisse te bepaal wat opeenvolgend plaasvind, moet jy die waarskynlikheid van elke gebeurtenis afsonderlik bepaal en dan die antwoorde vermenigvuldig.

$$P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B)$$

Kom ons pas nou ons nuwe reël toe:

$$P(\text{keersy en 'n 4}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

Die waarskynlikheid daarvan dat die munt op sy keersy sal val en dat die dobbelsteen op 4 sal land, is $\frac{1}{12}$.

1. Bepaal die waarskynlikheid van onafhanklike gebeurtenisse.

- a. 'n Boffel met albasters bevat drie blou albasters, ses rooi albasters, twee groen albasters en een swart albaster. 'n Albaster word ewekansig uit die bottel gekies. Nadat dit teruggesit is, word 'n tweede albaster gekies. Bepaal die waarskynlikheid van die volgende:



- P(groen en rooi)
- P(blou en swart)

2. 'n Standaardpak van 52 kaarte wat goed geskommel is, word aan jou gegee. Jy wil graag 'n aas, 'n skoppe en 'n vier kies, een ná die ander. Jy trek drie kaarte ewekansig op enige plek uit die pak. As dit nie 'n aas, 'n skoppe en 'n vier is nie, sit jy dit op enige plek weer terug. Wat is die waarskynlikheid dat jy 'n aas, 'n skoppe en 'n vier op hierdie manier sal kies?

Probleemoplossing

Skryf jou eie probleem rakende die waarskynlikheid van twee gebeurtenisse. Los dit op.

Waarskynlikheid van saamgestelde, afhanklike gebeurtenisse

Twee gebeurtenisse, A en B, is afhanklik van mekaar as die uitkoms van die eerste gebeurtenis die uitkoms van die tweede gebeurtenis beïnvloed.

Afhanklike gebeurtenisse word geskryf as: $P(A, \text{ dan } B)$.

'n Kaart word ewekansig uit 'n standaardpak van 52 kaarte gekies. Sonder om dit terug te sit, word 'n tweede kaart gekies. Wat is die waarskynlikheid dat albei kaarte wat gekies word, 'n heer (king) sal wees?

P (heer, dan heer)

Die formule wat gebruik word om die waarskynlikheid van afhanklike gebeurtenisse te bepaal:

$$P(A \text{ en } B) = P(A) \cdot P(B \text{ na } A \text{ gebeur het})$$

Waarskynlikheid van A • Waarskynlikheid van B, gegewe dat A gebeur het.
Dit beteken dat ons die waarskynlikheid van gebeurtenis A vermenigvuldig met die waarskynlikheid van gebeurtenis B, gegewe dat A gebeur het.



Spesiale nota: Wanneer die waarskynlikheid van afhanklike gebeurtenisse bereken word, neem jy altyd aan dat die eerste gebeurtenis(se) gebeur het soos jy verwag het.

Bereken die waarskynlikheid van elke gebeurtenis:

$$P(\text{heer in die pak}) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \quad \text{Daar is vier here in 'n pak kaarte.}$$

Daar is 52 kaarte in die steekproefruimte.

$$P(\text{heer/heer}) = \frac{3}{51} = \frac{1}{17} \quad \text{As een heer gekies word, bly daar drie oor.}$$

As een heer gekies word, bly daar net 51 kaarte oor.

$$P(\text{heer, dan heer}) = \frac{1}{13} \cdot \frac{1}{17} = \frac{1}{221}$$

Die waarskynlikheid dat 'n heer gekies word, dat die kaart nie teruggesit word nie en dat nog 'n heer dan gekies word $\frac{1}{221}$.

1. By die motorbandwinkel is vyf uit elke 50 bande defektief. As jy vier bande vir jou voertuig koop en dit word ewekansig uit 'n stel van 50 nuwe bande gekies, wat is die waarskynlikheid dat al vier bande defektief sal wees?

2. By die motorbandwinkel is vyf uit elke 50 bande defektief. As jy vier bande vir jou voertuig koop en dit word ewekansig uit 'n stel van 50 nuwe bande gekies, wat is die waarskynlikheid dat geeneen van die bande defektief sal wees nie? (Sodra die bande gekies is, word dit nie vervang nie.)

Probleemoplossing

Verduidelik in jou eie woorde wat onafhanklike gebeurtenisse is. Gee 'n voorbeeld.

Waarskynlikheid van saamgestelde, onderling uitsluitende gebeurtenisse

Saamgestelde gebeurtenisse kan verder geklassifiseer word as onderling uitsluitend of onderling insluitend. Die waarskynlikheid word verskillend vir elkeen bereken, en op hierdie werkkaart gaan ons na onderling uitsluitende gebeurtenisse kyk.

Saamgestelde gebeurtenisse wat onderling uitsluitend is:

Wanneer twee gebeurtenisse nie tegelykertyd kan plaasvind nie, is dit onderling uitsluitende gebeurtenisse.

Voorbeeld:

Jy het 'n dobbelsteen en jy word versoek om die waarskynlikheid te bepaal dat 'n 1 of 'n 2 gegooi sal word. Jy weet dat, wanneer jy die dobbelsteen gooi, dit net op een van hierdie getalle kan land en nie op albei nie. Hierdie gebeurtenisse is dus onderling uitsluitend van mekaar..

Onderling uitsluitende gebeurtenisse (gebeurtenisse wat nie tegelykertyd kan plaasvind nie)

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$$

Let wel: Met hierdie formule tel jy die waarskynlikhede van elke gebeurtenisse op en jy vermenigvuldig dit nie.

Doen die volgende voorbeeld oor onderling uitsluitende gebeurtenisse in jou werkboek. Jy het 'n 10-kantige dobbelsteen. Die dobbelsteen word gegooi. Bepaal die waarskynlikheid van die volgende gebeurtenisse:

P(4 of 8)

Bepaal die waarskynlikheid dat 'n 4 of 'n 8 gegooi sal word. Hierdie twee gebeurtenisse kan nie tegelykertyd plaasvind nie.

Stap 1: Bepaal die waarskynlikheid van elke gebeurtenis onafhanklik.

$$P(4) = \frac{1}{10}$$

Daar is een 4 op die dobbelsteen.

Daar is 10 uitkomst op die dobbelsteen.

$$P(8) = \frac{1}{10}$$

Daar is een 8 op die dobbelsteen.

Daar is 10 uitkomst op die dobbelsteen.

Stap 2: Tel die waarskynlikheid van elke individuele gebeurtenis op.

$$P(4 \text{ of } 8) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

Die waarskynlikheid om 'n 4 of 'n 8 op 'n 10-kantige dobbelsteen te gooi, is $\frac{1}{5}$.



1. Jy het 'n 10-kantige dobbelsteen. Die dobbelsteen word gegooi. Bepaal die waarskynlikheid van die volgende:

- $P(5 \text{ of 'n ewe getal})$
- $P(4 \text{ or } 7)$
- $P(6 \text{ of 'n onewe getal})$
- $P(8 \text{ of } 9)$

2. Bepaal die waarskynlikheid. Gebruik 'n standaardpak kaarte en bepaal die waarskynlikheid van:

- $P(\text{boer of heer})$
- $P(\text{boer of 'n skoppe})$

Probleemoplossing

Gee drie voorbeelde van die waarskynlikheid van saamgestelde, onderling uitsluitende gebeurtenisse.

Waarskynlikheid van saamgestelde, onderling insluitende gebeurtenisse

Saamgestelde gebeurtenisse kan verder as onderling uitsluitend of onderling insluitend geklassifiseer word. Die waarskynlikheid word verskillend vir elkeen bereken.

Op hierdie werkkaart gaan ons na onderling insluitende gebeurtenisse kyk.

Saamgestelde gebeurtenisse wat onderling insluitend is:

Dit is wanneer een gebeurtenis op dieselfde tyd plaasvind as wat 'n ander gebeurtenis plaasvind.

Voorbeeld: Trek 'n rooi heer pak uit 'n pak van kaarte

Ons trek 'n enkele kaart uit 'n standaardpak van 52 kaarte. As ons wil weet wat die waarskynlikheid is dat ons 'n heer of 'n rooi kaart sal trek, sou dit moontlik wees om 'n enkele kaart te trek wat aan albei kriteria voldoen, want daar is rooi here in die pak. Hierdie gebeurtenisse is dus onderling insluitend van mekaar.

Onderling insluitende gebeurtenisse (gebeurtenisse wat tegelykertyd plaasvind)

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

Let wel: Die vergelyking is verskillend omdat ons moet aftrek $P(A \text{ en } B)$. Sodra ons uitvind wat die waarskynlikheid is dat ons 'n heer sal trek, tel ons die vier here in die waarskynlikheid.

Sodra ons uitvind wat die waarskynlikheid is dat ons 'n rooi kaart sal trek, sluit ons twee van die here in die 26 rooi kaarte in die pak in.

Ons het die hartsheer en die ruitensheer twee keer getel.

Ons moet dus een van die paar here wat in die uitkoms getel is, aftrek.

Gebruik hierdie voorbeeld om onderling insluitende gebeurtenisse in jou skryfboek te doen.

Stap 1: Bepaal die waarskynlikheid van elke gebeurtenis onafhanklik.

$$P(\text{heer}) = \frac{4}{52} \quad \text{Daar is vier here in die pak.}$$

$$\text{Daar is 52 kaarte in die pak.}$$

$$P(\text{rooi}) = \frac{26}{52} \quad \text{Daar is 26 rooi kaarte in die pak.}$$

$$\text{Daar is 52 kaarte in die pak.}$$

Stap 2: Tel die waarskynlikheid van elke individuele gebeurtenis op.

$$P(\text{heer of rooi}) = \frac{4}{52} + \frac{26}{52} = \frac{30}{52} = \frac{15}{26}$$

Maar ons het die hartsheer en die ruitensheer twee keer getel.

Stap 3: Bepaal die waarskynlikheid dat albei kriteria sal voorkom.

$$P(\text{heer}) = \frac{2}{52} \quad \text{Daar is twee rooi here in die pak (hartsheer en ruitensheer).}$$

$$\text{Daar is 52 kaarte in die pak.}$$

Stap 4: Trek die dubbeloptelling af.

$$P(\text{heer en rooi}) = P(\text{heer}) + P(\text{rooi}) - P(\text{heer en rooi})$$

$$P(\text{heer en rooi}) = \frac{4}{52} + \frac{26}{52} - \frac{20}{52} = \frac{20}{52} = \frac{5}{13}$$

Die waarskynlikheid dat 'n rooi heer uit 'n standaardpak kaarte getrek sal word, is 7 uit 13, of $\frac{7}{13}$ of 53%.

1. Jy het 'n 10-kantige dobbelsteen. Die dobbelsteen word gegooi. Bepaal die waarskynlikheid van die volgende:

- $P(5 \text{ of 'n onewe getal})$
- $P(\text{onewe of priemgetal})$
- $P(8 \text{ of ewe getal})$



Probleemoplossing

Instruksies: Bepaal eers of die gebeurtenis uitsluitend of insluitend is. Bepaal dan die waarskynlikheid. Deur 'n standaardpak kaarte te gebruik, bepaal die waarskynlikheid van:

P (boer of heer) P (boer of 'n skoppe)

In hierdie tabelle word inligting aan jou voorsien oor waar jy jou werk moet hersien.

Hier gaan ons **getalle, bewerkings en verwantskappe** hersien.

Getallebewerkings en verwantskapsbegrippe	Werkkaarthommers	Het jy ondersteuning nodig? ✓ indien Ja.
Telgetalle	1, 10, 77, 78, 79, 80	
Eksponente	33, 34, 35, 36, 37, 38,	
Heelgetalle	In verskeie werkkaartje geïntegreer.	
Breuke	Gewone breuke: 5, 23, 24, 25, 26, 27 Desimale breuke: 6, 28, 30, 31, 32	
Veelvoude en faktore	2, 18	
Eienskappe van getalle	17	
Finansiële wiskunde	77, 78, 79, 80	
Verhouding en koers	19, 20	

Hier gaan ons **patrone, funksies en algebra** hersien.

Patrone, funksies en algebra	Werkkaarthommers	Het jy ondersteuning nodig? ✓ indien Ja.
Funksies en verwantskappe	7, 40, 81, 82, 83, 84, 85	
Numeriese en meerkundige patrone	39, 40	
Algebraïese uitdrukings	8, 41, 42, 43, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96	
Algebraïese vergelykings	97, 98, 99, 100, 101, 102, 103	
Grafiëke	9, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115	

Hier gaan ons **vorm en ruimte (meekunde)** hersien.

Vorm en ruimte (meekunde)	Werkkaarthommers	Het jy ondersteuning nodig? ✓ indien Ja.
Die konstruksie van meekundige figure	11, 51, 52, 63, 54, 55, 56, 57, 58	
Meekunde van tweedimensionele vorms	59, 60, 61, 62, 63, 64	
Meekunde van reguitlyne	65, 66, 67, 68	
Transformasiemeekunde	12, 69, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129	
Meekunde van drie-dimensionele voorwerpe	13, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138	

Hier gaan ons **meting** hersien.

Meting	Werkkaarthommers	Het jy ondersteuning nodig? ✓ indien Ja.
Oppervlakte en omtrek van tweedimensionele vorms	14, 72, 73, 74, 75	
Pythagoras se stelling	70, 71	
Buite-oppervlakte en volume van drie-dimensionele voorwerpe	116, 117, 118, 119, 120	

Hier gaan ons **datahantering** hersien.

Datahantering	Werkkaarthommers	Het jy ondersteuning nodig? ✓ indien Ja.
Samel data in, orden dit en som dit op.	16, 139, 140, 141, 153	
Stel data voor.	142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 153	
Ontleed, interpreteer en doen verslag oor data.	149, 150, 151, 153	
Waarsynlikheid	154, 155, 156, 157	

Wat verstaan jy nou?

Nadat jy al hierdie werkkaarte hersien het, vertel dan jou onderwyser en/of jou maats wat jy nou verstaan wat jy nie voorheen begryp het nie.

