



education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V3

FEBRUARIE/MAART 2009

MEMORANDUM

PUNTE: 100

Hierdie memorandum bestaan uit 11 bladsye.

VRAAG 1 1.1 33 1.2 $T_{n+1} = T_n + 5$ en $T_1 = 3$	✓ 33 (1) ✓✓ formule in terme van n ✓ $T_1 = 3$ (3) [4]								
VRAAG 2 2.1 Ja. Volgens die staafdiagram is die totale bedrag spandeer aan werkers se salarisse R800 000 en die totale bedrag spandeer aan bestuurders se salarisse R400 000, dus tweemaal die bedrag. 2.2. Nee. Die totale bedrag betaal aan werkers is die hoogste van die drie kategorieë. Dit is te verwagte as in aanmerking geneem word die groot aantal werkers van die besigheid. Die staafdiagram wys nie die salarisse van individuele werkers of individuele bestuurders nie. Indien individuele salarisse in berekening gebring word, sal 'n klein persentasie verhoging vir die werkers nie die gaping tussen die salarisse verminder nie. Dit sal eerder die gaping vergroot. 2.3 Gemiddeld = $\frac{R\ 800\ 000}{200} = R4\ 000$ 2.4 Gemiddelde maandelikse salaris betaal aan verskillende kategoriee van werknemers <table border="1"> <caption>Gemiddelde maandelikse salaris (in Rande)</caption> <thead> <tr> <th>Kategoriee van werkers</th> <th>Gemiddelde maandelikse salaris (in Rande)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Direkteur</td> <td>150 000</td> </tr> <tr> <td>Bestuurder</td> <td>25 000</td> </tr> <tr> <td>Werker</td> <td>5 000</td> </tr> </tbody> </table>	Kategoriee van werkers	Gemiddelde maandelikse salaris (in Rande)	Direkteur	150 000	Bestuurder	25 000	Werker	5 000	✓ ja ✓ rede (2) ✓ nee ✓ rede (2) ✓ R800 000 ✓ antwoord (2) ✓ byskrifte en opskrifte ✓✓✓ hoogte van stawe (4) [10]
Kategoriee van werkers	Gemiddelde maandelikse salaris (in Rande)								
Direkteur	150 000								
Bestuurder	25 000								
Werker	5 000								

VRAAG 3	
3.1	$176 - 30 = 146$ en $176 + 30 = 206$. Dus lê die interval 146 sekondes en 206 sekondes binne een standaard afwyking vanaf die gemiddelde. Vir die normale verspreiding lê ongeveer 68% van die data binne een standaard afwyking vanaf die gemiddelde.
3.2	Die middelste 96% van die data in 'n normale verspreiding lê binne 2 standaard afwykings aan weerskante van die gemiddelde. Die onderste grens sal $176 - 2(30) = 116$ sekondes wees. Die boonste grens sal $176 + 2(30) = 236$ sekondes wees. Die middelste 96% van die oproepe sal tussen 116 en 236 sekondes lê.
3.3	Ongeveer 34% van die oproepe is tussen 146 en 176 sekondes. 'n Verdere 50% van die oproepe is langer as 176 sekondes. Dus in totaal is ongeveer 84% van die oproepe langer as 146 sekondes.

✓ berekening
✓ een standaard afwyking
✓ 68%
(3)

✓ 2 standaard afwykings
✓ onderste grens
✓ boonste grens
(3)

✓ 34% & 50%
✓ 84%
(2)
[8]

VRAAG 4

4.1.1 Aantal verskillende maniere waarop die poste gevul kan word:
 $= 3 \times 4 \times 2 = 24$.

✓✓ vermenigvuldigingreël
 ✓ antwoord
 (3)

4.1.2 Die pos van klerk kan slegs gevul word deur een persoon.
 Die aantal verskillende maniere waarop die drie poste gevul kan word =
 $1 \times 4 \times 2 = 8$.

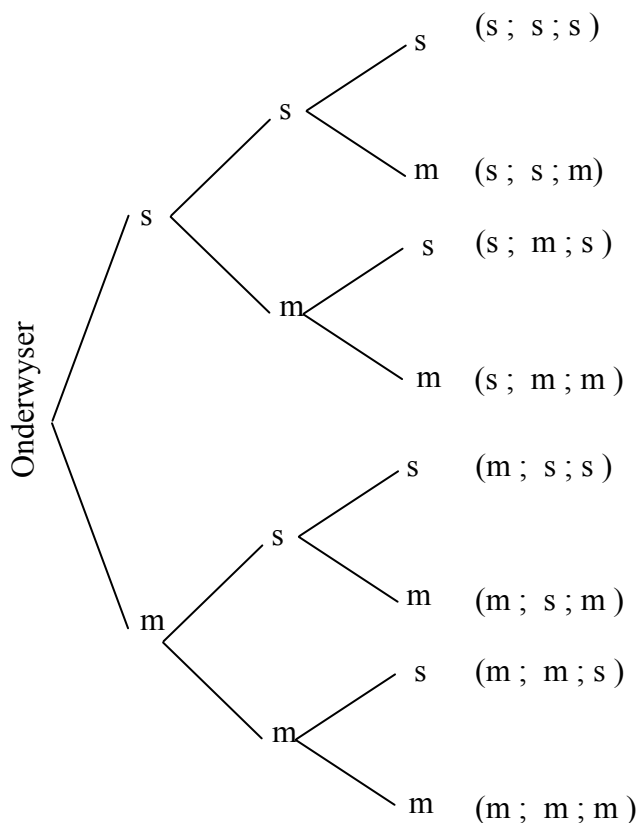
✓ een keuse vir klerk
 ✓ antwoord
 (2)

4.2.1 $P(\text{seun eerste gekies}) = \frac{20}{35} = \frac{4}{7} = 0,57$.

✓ $\frac{20}{35}$
 ✓ antwoord
 (1)

4.2.2

Uitkomst



✓ ✓ boomdiagram
 ✓ ✓ uitkomst
 (4)

4.2.3 $P(s ; m ; s) = \frac{20}{35} \times \frac{15}{34} \times \frac{19}{33} = \frac{190}{1309} = 0,15$

✓ ✓ waarskynlikhede
 (sonder terugplasing)
 ✓ antwoord
 (3)

4.2.4 $P(m ; g ; m) = \frac{15}{35} \times \frac{14}{34} \times \frac{13}{33} = \frac{13}{187} = 0,07$

✓ waarskynlikhede (sonder
 terugplasing)
 ✓ antwoord
 (2)

4.2.5 $P(\text{ten minste een seun}) = 1 - P(\text{drie dogters gekies})$
 $= 1 - 0,07$
 $= 0,93$

✓✓ komplementêre reël
 ✓ antwoord
 (3)

4.3 Omdat die spanne onafhanklik werk aan die probleem, sal die waarskynlikheid dat beide die spanne die probleem sal oplos:

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = 0,17.$$

$$\text{Dus } P(\text{probleem opgelos}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3} = 0,67$$

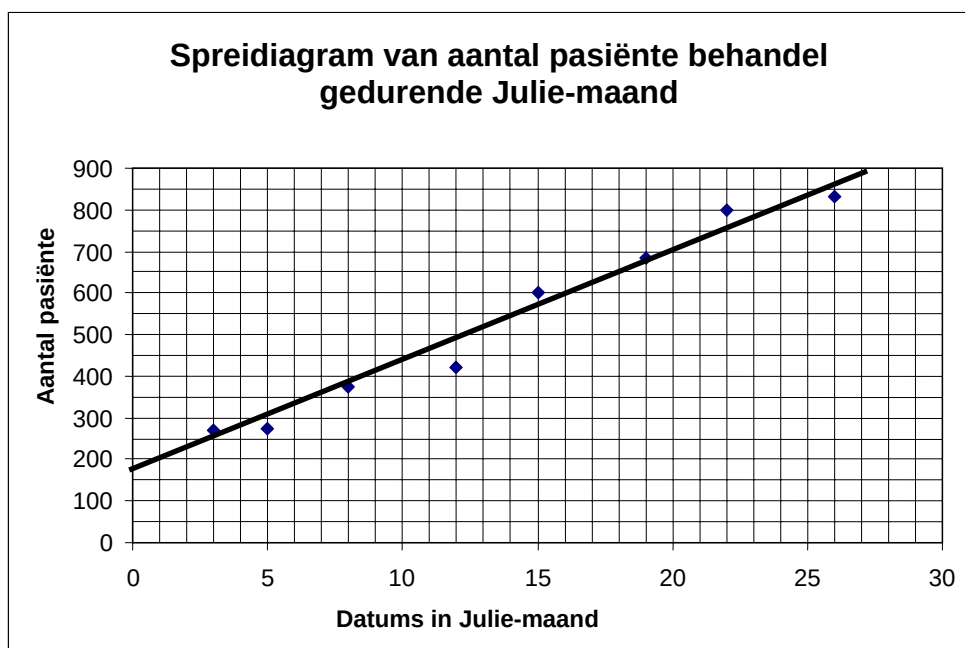
✓ onafhanklike gebeure.
✓ waarskynlikheid dat beide spanne probleem oplos

✓ waarskynlikheidsreël
✓ antwoord

(4)

[22]**VRAAG 5**

5.1 & 5.3



✓✓ plot punte
✓ etikette

(3)

✓✓ kleinste kwadrate-lyn (5.3)

(2)

5.2 Deur gebruik te maak van sakrekenaar : $a = 161,24$ (161,2371188...)
 $b = 26,88$ (26,88275499...)
 $\therefore$ vergelyking van kleinste kwadrate-lyn is $y = 161,24 + 26,88x$

✓✓ bereken die waarde van a

✓✓ bereken die waarde van b

(4)

NOTA: Volgens die Nasionale Kurrikulumverklaring moet die oplossings van data-hanteringsprobleme gedoen word met behulp van 'n sakrekenaar. Die alternatief tot die sakrekenaar is om die pen-en-papiermetode te gebruik soos hieronder aangedui. Alle antwoorde is afgerond tot twee desimale plekke om berekeninge te vergemaklik.

ALTERNATIEF

	x	y	$(x - \bar{x})$	$(y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$
	3	270	-10,75	-260,88	2804,46	115,56	68058,37
	5	275	-8,75	-255,88	2238,95	76,56	65474,57
	8	376	-5,75	-154,88	890,56	33,06	23987,81
	12	420	-1,75	-110,88	194,04	3,06	12294,37
	15	602	1,25	71,13	88,91	1,56	5059,48
	19	684	5,25	153,13	803,93	27,56	23448,80
	22	800	8,25	269,13	2220,32	68,06	72430,96
	26	820	12,25	289,13	3541,84	150,06	83596,16
Som	110	4247	0	0	12783,01	475,48	354350,52
Gemiddelde	13,75	530,875					

Beskou die vergelyking van die kleinste kwadrate-lyn as $\hat{y} = a + bx$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2} = \frac{12783,01}{475,48} = 26,88$$

(26,88443257)

Gebruik $\hat{y} = a + bx$ en $\bar{x}$ en $\bar{y}$,

$$530,875 = a + (26,88443257)(13,75)$$

$$a = 161,21 \quad (161,2140522)$$

Die vergelyking van die kleinste kwadrate-lyn is $y = 161,21 + 26,88x$

✓✓ bereken die waarde van b

✓✓ bereken die waarde van a

- 5.4 Op 30 Junie, $x = 0$.
Ongeveer 161 pasiënte is behandel op 30 Junie.

ALTERNATIEF DEUR TABELWAARDES TE GEBRUIK:

- Op 30 Junie, $x = 0$.
Ongeveer 161 pasiënte is behandel op 30 Junie.

✓ substitusie van 0
✓ antwoord

- 5.5 Op 24 Julie, $x = 24$.
 $\hat{y} = 161,21 + 26,88(24) = 806,36$
Ongeveer 806 pasiënte is behandel tot en met 24 Julie.

ALTERNATIEF DEUR TABELWAARDES TE GEBRUIK:

$$y = 161,21 + (26,88)(24)$$

$$= 806,33$$

Ongeveer 806 pasiënte is behandel tot en met 24 Julie.

✓ substitusie van 24
✓ antwoord

- 5.6 Deur gebruik van 'n sakrekenaar, $r = 0,98$ (0,9847864966...)
Daar is 'n baie sterk positiewe korrelasie tussen die aantal dae van Julie wat verloop het en die aantal pasiënte behandel.
Dit is 'n aanduiding dat die griepvirus vinnig versprei het in die gemeenskap.

ALTERNATIEF MET TABELWAARDES:

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}} = \sqrt{\frac{354350,52}{8}} = 210,46$$

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{475,48}{8}} = 7,71$$

Gebruik $b = r \frac{s_y}{s_x}$, dan het ons $26,88 = r \frac{210,46}{7,71}$

$$r = 0,98$$

Daar is 'n baie sterk positiewe korrelasie tussen die aantal dae van Julie wat verloop het en die aantal pasiënte behandel.
Dit is 'n aanduiding dat die griepvirus vinnig versprei het in die gemeenskap.

✓✓ bereken die waarde van r

✓ interpretasie

(3)
[16]

VRAAG 6	
6.1 gelyk aan twee maal die hoek op die omtrek.	✓ antwoord (1)
6.2.1	
$\hat{T} = \hat{R}_1 = y$(PR = PT)	✓ PR = PT
Nou $\hat{P}_1 = 2y$(buite $\angle$ van driehoek)	✓ $\hat{P}_1 = 2y$
en $\hat{O}_1 = 2\hat{P}_1$(hoek by middelpunt)	
dus $x = 2(2y) = 4y$	✓ antwoord (3)
6.2.2. (a)	
Vanaf 6.2.1	
$x = 4y = 120^\circ$	
$\therefore y = 30^\circ$	✓ ✓ antwoord (2)
6.2.2 (b) Verbind Q met R en stel $\hat{QRO} = \hat{R}_3$	
$\hat{T} = y = 30^\circ$	
maar $\hat{TQR} = \hat{TRQ}$(TQ = TR, gelykbenige driehoek)	✓ berekening
$\hat{TQR} = \hat{TRQ} = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$	
Dus $\hat{R}_1 + \hat{R}_2 + \hat{R}_3 = 75^\circ$	✓ substitusie
dus $30^\circ + \hat{R}_2 + 30^\circ = 75^\circ$	
$\therefore \hat{R}_2 = 15^\circ$	✓ antwoord (3)
	[9]

VRAAG 7

7.1

$\hat{P}_1 = \hat{Q}_1 = x$ (gegee)
 en $\hat{P}_1 = \hat{R} = x$ (raaklyn - koordstelling)
 Dus $\hat{Q}_1 = \hat{R} = x$
 $\therefore TQ \parallel SR$ (ooreenkomstige hoeke gelyk)

✓ $\hat{P}_1 = \hat{Q}_1 = x$
 ✓ $\hat{P}_1 = \hat{R} = x$
 ✓ rede
 ✓ rede (4)

7.2

$\hat{P}_1 = \hat{S}_1 = x$ (TS = SP, raaklyne van gemeens punt)
 $\therefore \hat{Q}_1 = \hat{S}_1$ (beide = x)
 Maar dit is hoeke onderspan deur dieselfde lynsegment TP
 $\therefore$ QPTS is 'n koordevierhoek

✓ $\hat{P}_1 = \hat{S}_1 = x$
 ✓ rede
 ✓ afleiding
 ✓ rede (4)

7.3

$\hat{P}_1 = \hat{Q}_1 = x$ (gegee)
 $\hat{P}_1 = \hat{Q}_2 = x$ (QPTS is 'n koordervierhoek - hoeke onderspan deur dies koord.)
 $\therefore \hat{Q}_1 = \hat{Q}_2$
 $\therefore TQ$ halveer $\hat{S}\hat{Q}P$.

✓ $\hat{P}_1 = \hat{Q}_2 = x$
 ✓ rede
 ✓ afleiding
 (3)
[11]

VRAAG 88.1 In $\triangle ABQ$,

$$\frac{BR}{RA} = \frac{BT}{TQ}$$

..... (RT $\parallel$ AQ, eweredigheidsnypuntstelling)

$$\frac{1}{2} = \frac{k}{TQ}$$

$$\therefore TQ = 2k$$

✓ stelling & rede

$$\checkmark \frac{1}{2} = \frac{k}{TQ}$$

✓ antwoord

(3)

8.2.1 In $\triangle CRT$,

$$\frac{CP}{PR} = \frac{5k}{2k}$$

..... (RT $\parallel$ AQ, eweredigheidsnypuntstelling)

$$\therefore \frac{CP}{PR} = \frac{5}{2}$$

✓ verhouding

✓ rede

✓ antwoord

(3)

8.2.2

$$\begin{aligned} \frac{\text{Area } \triangle RCT}{\text{Area } \triangle ABC} &= \frac{\text{Area } \triangle RCT}{\text{Area } \triangle BRC} \times \frac{\text{Area } \triangle BRC}{\text{Area } \triangle ABC} \\ &= \frac{7}{8} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{7}{24} \end{aligned}$$

.. (die verhouding van die areas van driehoeke met dieselfde hoogte)

✓ verhouding van areas

$$\checkmark \frac{7}{8}$$

$$\checkmark \frac{1}{3}$$

$$\checkmark \frac{7}{24}$$

(4)

[10]

VRAAG 99.1 In $\triangle BPE$ en $\triangle BDA$ $\hat{B}_1$ is gemeenskaplik $\hat{P}_2 = \hat{D} = 90^\circ$ (gegee loodreg, $\angle$ in semisirkel) $\hat{B} \hat{A} D = \hat{E}_3$ (oorblywende hoeke) $\therefore \triangle BPE \parallel \triangle BDA$ (gelykhoekig)✓ $\hat{B}_1$ is gemeenskaplik✓ $\hat{P}_2 = \hat{D} = 90^\circ$ ✓ $\hat{B} \hat{A} D = \hat{E}_3$ (3)9.2 $\triangle BPE \parallel \triangle BDA$ (van 9.1) $\therefore \frac{BP}{BD} = \frac{PE}{DA}$ (sy eweredig)

✓ gelykvormige driehoeke

✓ rede (2)

9.3 $AB = \frac{BD \cdot BE}{BP}$

$$AB^2 = \frac{BD^2 \cdot BE^2}{BP^2}$$

In $\triangle PBE$; $BE^2 = BP^2 + PE^2$ (Stelling van Pythagoras)

$$AB^2 = \frac{BD^2 \cdot (BP^2 + PE^2)}{BP^2}$$

$$AB^2 = \frac{BD^2 \cdot BP^2}{BP^2} + \frac{BD^2 \cdot PE^2}{BP^2}$$

$$AB^2 = BD^2 + \frac{BD^2 \cdot PE^2}{BP^2}$$

✓ verandering van die onderwerp van die formule

✓ kwadrering

✓ $PB^2 = BE^2 - PE^2$

✓ substitusie

✓ vereenvoudiging

(5)
[10]**TOTAAL: 100**